

A törésmechanika modelljei és gyakorlati alkalmazásai

Tóth László¹

Bevezetés

Kezdjük talán az alapkérdéssel! Miért is íratattott meg ez a közlemény? Más szavakkal fogalmazva: mit kaphat a Tisztelt Olvasó, ha rászánja idejét arra, hogy figyelmesen végigolvassa e cikket? Egyik lehetséges válasz az, hogy szakmai információkhoz jut! Nem, ez nem volt a célom, hiszen napjainkban információhoz való jutáshoz csupán az INTERNET-hez kell leülni. Maradván a „törésmechanika” címszónál, pl. a google keresőmotort használva 0,22 sec alatt 3920 találatot kaptam. Az angol „fracture mechanics” beírásával 0,26 sec alatt a találatok száma 3.520.000! A közlemény célja tehát nem az információforrás bővítése.

Alapvető célként a következők sarkalltak a közlemény megírására:

- a törésmechanika fogalmának elhelyezése a szilárd testek kontinuummechanikájának rendszerében,
- a gyakorló mérnöki társadalom számára bemutatni a törésmechanikai szemléletmód kialakulásának folyamatát, nehézségeit és egyre gyarapodó alkalmazási lehetőségeit,
- állást foglalni a törésmechanikai szemléletmód gyakorlati alkalmazási lehetőségeiben, gazdasági jelentőségében, a rendelkezésre álló modellek figyelembevételével.

Mit is takar a „**törésmechanika**” fogalma? Tudom sokan megdöbbenek e mondaton, de tisztelettel kérem az Olvasót válaszolja meg a kérdést annak érdekében, hogy a törésmechanikát művelők hazai népes tábora megtalálja a közös alapot, a közös hangot! A saját értelmezésemben a **törésmechanika a kontinuummechanika része**, amely a **repedésszerű hibákat tartalmazó szilárd testek külső hatására bekövetkező várható viselkedését tárgyalja**. Ha ez a definíció elfogadható, akkor a törésmechanikai tárgyalásmód mindenképpen két mozzanatot foglal magába:

1. A repedés-csúcs környezetében **kialakuló mezők** (alakváltozásai, feszültségi, energetikai) leírásának modelljeit.

2. A repedés **stabilitási kritériumait** attól függően, hogy milyen modellt alkalmaztunk a mező leírására. E kritériumok feszültségi, alakváltozási vagy energetikai jellegűek lehetnek, amelyek közül az első kettő irányfüggő, az energetikai pedig skalármennyiség.

Az előzőkből egyértelműen következik az, hogy [1]

- maga a mechanika, a fizika része, amely
- modelleket vezet be, és
- kontinuum formában tárgyalja a jelenségeket, ahol
- a kontinuum vagy a kontinuumelem (tömegpont, anyagi pont, tömegelem) maga koordinátáfülettel határolt (pl. az úgynevezett kiskocka), amely lehet homogén vagy heterogén, izotrop vagy anizotrop, és
- az anyag maga a geometriai teret folytonosan tölti ki, amelynek
- (tehát az anyag) állapotát, állapotának változásait leíró tenzorfüggvények a hely- és idő olyan függvényei, amelyek véges számú belső felülettől eltekintve deriváltjaival együtt folytonosak, és
- az anyag állapotának leírása kapcsán mindig van
 - kiinduló ($t=t_0$ időpontra) jellemző állapot és
 - a pillanatnyi (t) állapotra jellemző állapot, miközben
- a két állapot közötti átmenet leírható a vonatkoztatási koordináta-

¹ Tudományok doktora, egyetemi tanár, Debreceni Egyetem, Miskolci Egyetem, Bay Zoltán Alkalmazott Kutatási Közhasznú Nonprofit Kft. Logisztikai és Gyártástechnikai Intézet (BAY-LOGI)

rendszerben, amely lehet derékszögű (Descartes-i) vagy görbevonalú, és

- e koordináta-rendszerek vonatkoztatási pontjai a következők lehetnek:

- a geometriai tér (álló) pontjai (Euler-féle tárgyalási mód)
- a kontinuum mozgó pontjai
- materiális mozgó pontok (a kontinuum mozgó anyagi pontjai).

A kontinuum viselkedésének jellemzése kapcsán vannak általánosan érvényesülő szabályok, az úgynevezett alaptörvények. Ezek a következők:

- Tömegmegmaradás (kontinuitási) törvény
- Mozgásegyenletek
 - Impulzus idő szerinti deriváltja \equiv a rá ható külső erők összegével
 - Egy tetszőleges pontra számított impulzusnyomaték idő szerinti deriváltja \equiv külső erők nyomatékával,
- Virtuális munka és virtuális teljesítmény elve
- Termodinamika I. főtétele (a rendszer energianövekménye a beáramlott hőmennyiség és a rendszeren végzett munka összege)
- Termodinamika II. főtétele (a rendszerből kinyerhető munka).

A felsorolt alapegyenletekben 20 ismeretlen szerepel, miközben az egyenletek száma csupán 9. Ebből adódóan ANYAGTÖRVÉNYEK-et kell konstruálni, amelyek a termodinamika I. vagy II. főtételére, vagy axiómákra alapozottak.

Miért kellett mindezt előre bocsátani? Azért, hogy egyértelműen megkülönböztethető legyen a

- a törés matematikai elmélete, és
- a törés mérnöki szemlélete.

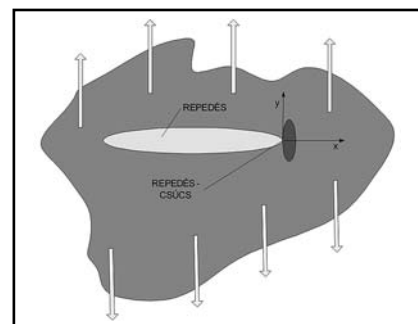
Mindkét esetben **modellt kell alkotni** a törés folyamatának leírására.

A modell megalkotásához tekintsük az 1. és 2. ábrákon látható vázlatokat. Ha egy szilárd testben repedésszerű hiba van és ezt a testet külső hatás éri, akkor a repedés csúcsa előtt keletkezik egy olyan tartomány („az élet és halál mezsgyéje”), amelyben a következő folyamatok játszódhatnak le:

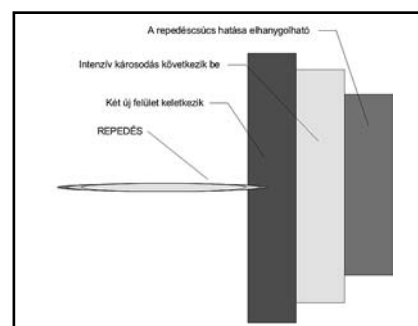
- nagyon intenzív károsodás, amelynek jellemzője a kialakuló mezők nagy gradiensei (ezt szemlélteti a 2. ábra),

- az anyagra és állapotára jellemző kritikus értékű károsodásnál a lokális törés következik be, amelynek jellemzője a repedésfelület növekedése, azaz új repedésfelületek keletkezése, a korábban egyszerűen összefüggő anyagi tartományban kétszeresen összefüggővé válik.

A jelenlegi ismer-



1. ábra. A repedés-csúcs környezete



2. ábra. A repedés-csúcs környezetének károsodása

teink alapján kijelenthető, hogy pillanatnyilag nem áll rendelkezésünkre olyan modell, amely lehetővé tenné azt, hogy akár a kontinuummechanika szintjén, egzakt matematikai eszközrendszerrel is leírhatók legyenek az anyagban az „élet-halál mezsgyéjén” lejátszódó folyamatok. Ebből adódóan közelítésekhez kell fordulnunk, kisebb-nagyobb elhanyagolással, modellek alkotásával kell élnünk, annak érdekében, hogy a közelebb juthassunk a repedészerű hibákat tartalmazó mérnöki szerkezetek biztonságának megítéléséhez.

Szigorú értelemben véve tehát a „törésmechanika” kifejezés a törés matematikai elméletén nyugszik. Az első igazán nagyszabású kézikönyvsorozat, az 1968-ban Liebowitz professzor szerkesztésében „Fracture an advanced treatise” címmel megjelentetett munkában J. Rice az orosz kiadás 2. kötetének 3. fejezetében a „matematikai módszerek a törésmechanikában” címmel foglalja össze a törésmechanikai modelleket. Kevésbé következetes szemléletmód esetén a „törésmechanika” kifejezés magába foglalja mind a törés matematikai elméletét mind a mérnöki szemléletet is, amelyből számos félreértés adódhat a gyakorlati alkalmazások, alkalmazhatóságok kapcsán, különösen ez elméleti szakemberek és alkalmazói, mérnöki tevékenységet folytatók között.

E közleményben törekszem a két szemlélet következetes szétválasztására a következő bontásban:

1. Törésmechanika, a törés matematikai elméletének kialakulása, modelljei
 - a) A kontinuummechanika és a klasszikus energetikai személet (Griffith, Orovan, Irwin) kialakulása, fejlődése
 - b) A lineáris rugalmas törésmechanika kialakulása, fejlődése
 - c) A repedésűcsúc modellek (Barenblatt, Panasyuk, Dugdale)
 - d) A J-integrál
2. A törésmechanika mérnöki módszerei
 - a) A fajlagos repedésterjesztési erő koncepciója
 - b) Fajlagos törésmunka koncepciója
 - c) Biztonsági diagram típusú koncepciók (R6, SINTAP, FITNET, stb.)
3. Anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállásának kísérleti meghatározása
4. Melyik modellt válasszam?

Törésmechanika, a törés matematikai elméletének kialakulása, modelljei

1.a. A kontinuummechanika és a klasszikus energetikai személet (Griffith, Orovan, Irwin) kialakulása, fejlődése

E szemléletmód, mint a kontinuummechanika része - nem lehet független magától a mechanika, a szilárdságtan fejlődésétől. Ebben az első lépést a 3. ábrán látható **Augustin Louis CAUCHY** tette meg a Párizsi Akadémián 1822. szeptember 30-án tartott előadásában. Több mint 150 évnek kellett eltelnie ahhoz, hogy a törésmechanika, a repedésű hibákat tartalmazó szerkezetek megbízhatóságának megítélésére alkalmas módszerek a Royal Society plénumán megjelenjen. Erre 1979-ben került sor „*Fracture Mechanics in Design and Service – Living with Defects*” címmel. Visszatérvén Cauchy tevékenységére [2] akinek nevét a matematika számos területe őrzi napjainkban is, ő volt az aki a rugalmasságtan elméletének kidolgozója volt. Ezen elmélet két egymástól független rugalmas anyagjellemző nyugszik. A több mint 700 közleményt publikáló Cauchy-t a fiatalon elhunyt kortársa, **Nils Henrik Abel** (Ábel függvények, a matematikai „Nobel-díj” névadója) jellemzett így „...*Cauchy örült, és ez ellen semmit nem lehet tenni. De ma ő az egyetlen ember a világon, aki igazán ért a matematikához...*”



3. ábra.

Augustin Louis Cauchy (1789.08.21.–1857.05.23 [2])

A mechanikai modellalkotás második lépését a 4. ábrán látható **Siméon-Denis POISSON** tette meg azzal, hogy 1829-ben definiálta a rugalmasságtan második anyagjellemzőjét, a keresztirányú és a hosszirányú megnyúlások hányadosát, a Poisson – tényezőt [2]. A több mint 400 publikációt írt Poisson életében gyakran hangoztatta, hogy „*Az élet csak két dolagra jó: matematikát kutatni és matematikát tanítani...*”

Az 5. ábrán látható **Gabriel Lamé** volt az, aki első alkalommal vállalkozott arra 1852-ben, hogy a kontinuummechanikai ismereteket „*Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*” címmel könyv formában is összefoglalja [2].

A 6. ábrán látható Adhémar Jean Claude Barré de **Saint-Venant** a kontinuummechanikát számos, napjainkban is helytálló tétellel, eredménnyel gazdagította. Ezek többek között a következők:

- A Cauchy-féle feszültségfogalom pontosítása,
- a Poisson tényező fogalmának bevezetése a rugalmasságtanba,
- a lokális hatások elve (a Saint Venant elv, 1855), azaz lokális hatások csak kis tartományban befolyásolják a kialakuló mezőket, a lokális hatások környezetében a mezők gradiense igen nagy (az a repedésű hibák környezete is igaz).

A **Gabriel Lamé** által összeállított első szilárdságtani könyv még nem tartalmazta azon ismereteket, amely a határállapotokra, így a rugalmasságtan határállapotára, a folyás megindulásának feltételeire vonatkozhat. A világ vasúthálózata ebben az időszakban évi 15–20.000 km-rel növekedett. Ezekhez megfelelő és stabil töltéseket kellett építeni. Ezek tudatos tervezésében elengedhetetlen voltak a talajmechanikai ismeretek. A Hannoveri Királyi Vasúti Társaság építésügyi tanácsosa, **Christian Otto Mohr**, 7. ábra, aki élete folyamán Stuttgartban és Drezdában is tanított [2], egyrészt a különböző feszültségek ábrázolására bevezette a ma is használatos „Mohr-köröket”, másrészt a talajmechanikában bevezette a folyási kritériumot 1882-ben.

Innen már csak „egy lépés” volt a folyási kritérium általánosítása egyéb anyagra. Ezt **Huber-Mises-Henky** kritériumként emlegeti a szakirodalom. Először az építésmérnöki képzettségű **Maximilian Titusz HUBER**, 8. ábra, a Lembergi Műszaki Egyetem tanára volt az, aki 1904-ben írt disszertációjában a torzulási² ener-

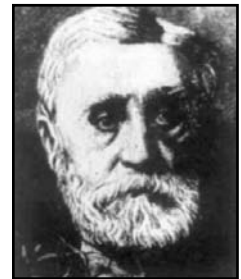
² Minden alakváltozási (feszültségi) tenzor felbontható a tisztán térfogatváltozást és a tisztán torzulást reprezentáló tenzorok összegére. Ezekből a torzulási energia számítható.



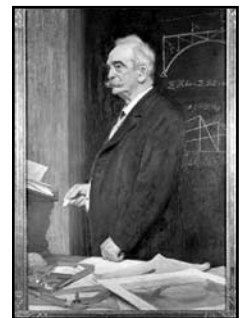
4. ábra. Siméon-Denis POISSON (1781.06.21. – 1840.04.25.) [2]



5. ábra. Gabriel LAMÉ (1795.07.22. – 1870.05.01.) [2]



6. ábra. Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797.08.23. – 1886.01.02.) [2]



7. ábra. Christian Otto MOHR (1835.10.08. – 1918.10.02.) [2]



8. ábra. Maximilian Titusz HUBER (1872.01.04.– 1950. 12.09.) [2]



9. ábra. Richard von MIESES (1883.04.19.–1953. 07.14.) [2]



10. ábra. Henrich HENCKY (1885.11.12.–1951. 07.06.) [2]



11. ábra. Karl WIEGHARD (1874.06.21.–1824. 06.10.) [3]

energiamérlegéből indult ki. Ezek szerint amennyiben egy V térfogatú, F felületű (beleértve a repedés felületét is), a hosszúságú repedést tartalmazó rugalmas testet a felületén külső terhelés éri, akkor az energiamegmarást a következő összefüggéssel fejezhetjük ki [4]:

$$\int \delta_{ij} \dot{u}_i n_j d\Omega = \dot{U} - T\dot{S} + 2\delta\dot{F} \quad (1)$$

ahol a σ_{ij} a felületen ható külső terhelés hatására a testben ébredő rugalmas feszültségi tenzor komponensei, az u_i a felület (beleértve a repedés felületét is) pontjainak elmozdulás-vektora, az n_j a felület adott pontjának normálisa, az U a test belső energiája, a T és S a test hőmérséklete és entrópiája, a γ az egységnyi új felület létrehozásához szükséges energia, a

• felső pont pedig az időegység alatt bekövetkező változásra utal, az idő szerinti jelenti.



12. ábra. Alan Arnold Griffith (1893.06.13.–1960.10.13.) [2, 3]

gijára alapozott folyási kritériumot. A dél-lengyelországi településen született, Lvovi (mert később ezt a nevet kapta Lemberg) Műszaki Egyetem rektoraként (1922–23) dolgozó, később Gdanskban Műszaki Egyetemet alapító szakember ilyen irányú feltételezését a Lembergben 1883. április 19. született és Bostonban 1953. 07. 14.-én elhunyt matematikusi, fizikusi és mérnöki beállítottságú **Richard Edler von Mises**, 9. ábra, ugyancsak megfogalmazta Huberttól függetlenül. Az orosz nyelvterületen, Hollandiában és az USA-ban (MIT) sokat tevékenykedő (és ezért a II. világháború kapcsán zaklatott életű), bajorországi kisvárosban, Ansbachban 1885. 11.02.-án született **Henrich Henky**, 10. ábra, 1923-ban Hollandiában megjelent közleményében ugyancsak a torzulási energiára alapozta a képlékeny folyás megindulásának feltételrendszerét.

A mintegy 80 év alatt kifejlesztett kontinuummechanikai eszközszerrendszer törésmechanikai alkalmazásában az első lépést **Karl WIEGHARD**, 11. ábra, tette meg 1907-ben, a szilárd testek hasításáról írt munkájában. Kimutatta, hogy az éles bemetszések csúcsának környezetében a rugalmasságtani számítások alapján az anyagban ébredő feszültségeknek $1/\sqrt{\rho}$ -típusú szingularitása lép fel, ahol ρ – a bemetszés csúcsától mért távolság. Ez azt jelenti, hogy közvetlenül a csúcsban végtelen nagyságú feszültség ébred, akár már a legkisebb terhelés esetén is! E közelítőmód az alkalmazott matematikai eszközszerrendszer tekintetében teljes mértékben korrekt, de az anyag, amelyben a repedés van, biztosan nem viseli el!! Ez egy olyan ellentmondás, amelyet fel kell oldani valamilyen megfontolásokkal!

Teljesen új megközelítéssel közeledett a mai értelemben vett törésmechanikához a gépészmérnöki végzettségű **Alan Arnold Griffith**, 12. ábra, aki a szilárd testek

Az (1) összefüggést ki kell egészíteni, hogy a repedés terjedés folyamata nem megfordítható, nem reverzibilis, hanem irreverzibilis folyamat, azaz

$$\dot{F} \geq 0 \quad (2)$$

Ezen általános elvből kiindulva a terhelés hatására bekövetkező hőmérsékletváltozás és entrópia növekedés elhanyagolásával jutott Griffith arra a következtetésre, hogy rideg anyagoknál adott a repedés-hossznál a törést okozó, a repedésfelületre merőleges feszültség a következő összefüggéssel számítható:

$$\sigma_{krit} = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (3)$$

ahol az

E , a rugalmassági, vagy Young modulus

γ , az egységnyi új felület létrehozásához szükséges energia.

Gondolatmenete követhető a 14.–16. ábrákon látható vázlatok alapján. A 14. ábra szerint az egységnyi vastagságú lemezben, a s húzó terhelés hatására felhalmozott rugalmas energia

$$U_{növekedés} = E\varepsilon^2/2 = \sigma^2/2E \quad (4)$$

Ha a test megreped és „ a ” hosszúságú repedést tartalmaz, akkor a repedés bizonyos környezete nem képes rugalmas energiát tárolni. Ezen terület magassága legyen arányos a repedés hosszával, ahogyan ezt a 15. ábra szemlélteti. Az energia csökkenés mértéke ekkor a b feltételezésével

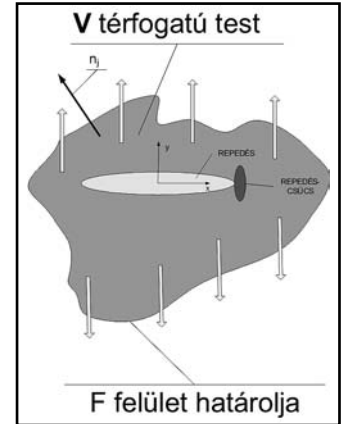
$$U_{csökkenés} = -\frac{\sigma^2}{2E} \pi a^2 \quad (5)$$

Kritikus állapot azon repedéshossznál alakul ki, amelynél a repedéshossz megváltozásával (da – növekedésével) járó energiák összege (deriváltja) zérus, azaz

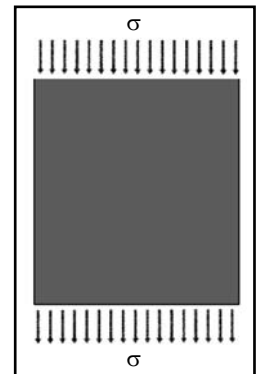
$$\frac{\delta(f + U_{csökkenés})}{\delta a} = 0 = 2\gamma - \frac{\sigma_{krit}^2}{E} \pi a \quad (6)$$

ahol f az új felületek létrehozásához szükséges energia. A (6) kifejezés átrendezésével kapjuk meg a jól ismert (3) összefüggést. Griffith (először gondolati hibáktól nem mentes elképzelését [3]) bemetszett üveg rudak vizsgálatával igazolta. Ezzel teljesen új útja nyílt meg a törésmechanikának, de két alapvető tényezőtől nem tekinthetünk el. Mégpedig

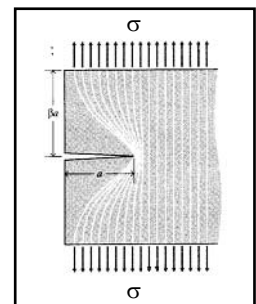
• a repedésterjedés **tökéletesen rugalmasan** viselkedő anyagban valósul meg,



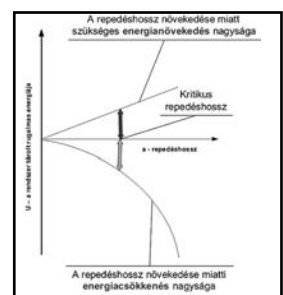
13. ábra. Energetikai megközelítési mód



14. ábra. Egységnyi vastagságú lemezben tárolt rugalmas energia



15. ábra. Az a hosszúságú repedés miatt a βa magaságú, rugalmas energiát nem tároló terület



16. ábra. A kritikus, instabil módon terjedés repedés hossza

• a terhelés **merőleges** a repedés síkjára.

Mindkét fenti kitétel igencsak korlátozza a gyakorlati alkalmaz-hatóságot!

A magyar születésű és az MTI volt munkatársa **Orován Egon**, 17. ábra [5, 6] volt az, aki módosította a Griffith-féle energetikai elgondolást az 1955-ben, „Energy criteria of fracture” címmel írt cikkében [7]. Már az alcímben is jelzi, a Griffith elmélet módosításának szándékát, hiszen így fogalmaz: „Modifications of Griffith theory...”.

George Rankine Irwin [3, 8], a törésmechanika méltán nevezett atyja (18. ábra) volt az, aki ugyancsak eljutott a (3) kifejezéshez az 1950-es évek közepén (1955-57) és azt a következő formában adta meg:

$$\sigma_{krit} = \sqrt{\frac{EG_{krit}}{\pi a}} \quad (7)$$

ahol G_{krit} azon anyagjellemző, amelyet fajlagos kritikus repedés-terjesztési erőnek nevezett. A „G” jelölés – nem véletlenül! – feltehetően a családra, a George vagy Georgina (felesége neve) utal.

Miközben folyamatosan kialakultak a „félíg matematikai, félíg mérnöki” törésmechanikai modellek erőteljesen fejlődtek a „tisztán matematikai” törésmechanikai modellek is. Ebben nagy szerepet játszott az a tény, hogy a rugalmasságtan síkbeli feladatainak megoldása kapcsán bevezetésre kerültek az úgynevezett Airy-függvények. Sir **George Biddel Airy**, 19. ábra, a tartókra vonatkozó egyensúlyi fel-



18. ábra. G. R. Irwin (középen), Varga T. (jobbra), Tóth L. (balra) Bécsben 1993-ban az „International Society for Technology, Law and Insurance” alapításának idején

tételek tárgyalása kapcsán [2] jutott arra a következtetésre, hogy a DDF=0 típusú biharmonikus differenciálegyenlet megoldásából a feszültségtenzor elemei a következő módon határozhatók meg

$$\sigma_x = \frac{\delta^2 F}{\delta y^2} \quad \sigma_y = \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \quad \text{ill.} \quad \tau_{xy} = -\frac{\delta^2 F}{\delta y \delta x} \quad (8)$$

ahol F az úgynevezett Airy-féle feszültségfüggvény, amely valamilyen algebrai vagy trigonometrikus polinom, és a bennük szereplő ismeretlen együtthatókat a peremfelületre vonatkozó feszültségi peremfeltételek alapján kell meghatározni (első peremértékfeladat).

A törésmechanika matematikai elméletében igazi áttörést Jurij Vasziljevics Kolosov, 20. ábra, hozott azzal, hogy a komplex változós függvények bevezetésre kerültek a síkbeli feladatok megoldása kapcsán. Ez ugyanis kihasználta a komplex függvénytan azon szükséges és elégséges feltételeivel bizonyított tételét, hogy amennyiben a komplex sík egy C-vel jelölt zárt görbéje mentén ismerjük a függvény értékét, akkor a zárt görbén belüli tartomány minden pontjában (21. ábra) a következő módon kiszámíthatók a függvények értékei a következő körintegrállal (Cauchy-féle integrálformula)

$$f(z) = \frac{1}{\pi i} \oint_C \frac{f(\xi)}{\xi - z} \quad (9)$$



17. ábra. Orován Egon. (1902. 08.02. Budapest – 1989. augusztus 3. Cambridge, Massachusetts, USA)



19. ábra. Sir George Biddel Airy (1801.07.27 – 1892.01.02.) [2]

ahol:

ζ – a C jelű zárt görbe koordinátái

z – a z-komplex sík ($z=x+iy$, ahol $i=\sqrt{-1}$ az imaginárius egység) koordinátája

$f(z)$ – a komplex függvény z pontban felvett értéke

$f(\zeta)$ – a komplex függvény C-görbe kontúrján felvett értéke.

Ezen integrálformula felhasználásával ugyanis a repedésfelületeken definiálni tudjuk a terheléseket a 22. ábrán látható módokon húzásra, nyírásra és csavarásra. Megjegyzendő, hogy a repedések végpontjaiban matematikai értelemben szingularitás van. Ezt tudomásul véve Kolosov „A komplex változós függvények alkalmazása a matematikai rugalmasságtan síkbeli feladatira” c. doktori értekezésében a repedések csúcsának környezetében kialakuló feszültségek és alakváltozások számítására a következő összefüggéseket kapta:

$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 2 \left[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)} \right] = 4 \operatorname{Re} \varphi'(z) \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 \left[z\varphi''(z) + \Psi'(z) \right] \text{ ahol } \Psi(z) \equiv \chi'(z) \end{aligned} \quad (10)$$

$$2G(u+iv)\chi\varphi(z) - z\varphi'(z) - \Psi(z)$$

ahol

• $\chi = \frac{3m-4}{m}$ sík alakváltozási állapotban, ill. $\chi = \frac{3m-1}{m+1}$ sík feszültségi állapotban

• $\varphi'(z) = \frac{d\varphi(z)}{dz}$; $\varphi''(z) = \frac{d^2\varphi(z)}{dz^2}$ -et jelöli, míg az

• u és v az elmozdulás-vektor, a $\vec{t} = u\vec{i} + v\vec{j}$ komponensei.

A feszültségek számításánál és különösen az első peremérték feladatok (amikor a peremen a terhelés adott) megoldásánál gyakran alkalmazzák a

$$\phi(z) = \varphi'(z) \quad \text{ill.} \quad \Psi(z) = \Psi'(z) \quad (12)$$

helyettesítést, ekkor a feszültségek

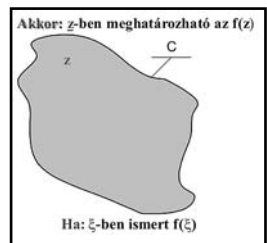
$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4 \operatorname{Re} \phi(z) \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 \left[z\phi'(z) + \psi(z) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

összefüggésekkel számíthatók.

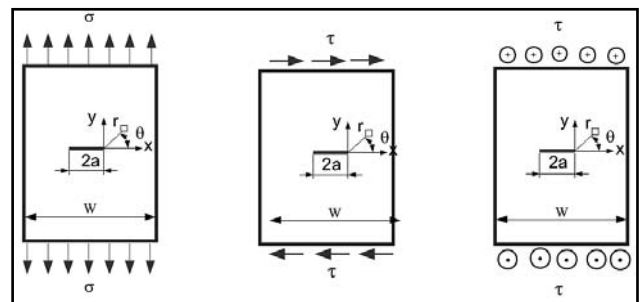
Amennyiben a peremfeltételeket kielégítő $\varphi(z)$ és $\Psi(z)$ függvények ismertek, úgy a (10) kifejezésekkel a feszültségi- és alakváltozási állapot tisztázható az alakváltozási tenzor elemeivel együtt az

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2} \left(\vec{t} \circ \nabla + \nabla \circ \vec{t} \right), \quad (14)$$

elmozdulás-vektor és alakváltozási tenzor közötti úgynevezett geometriai (kis alakváltozásokra vonatkozó) egyenlet figyelembevételével. Itt a \circ a diadikus szorzatra utal.



21. ábra. A komplex függvénytan egyik nagyjelentőségű, és a törésmechanika fejlődésében jelentős előrelépést eredményező eleme.



22. ábra. A 2a hosszúságú repedés felületén ható terhelések a különböző terhelési módokban (húzás, nyírás, csavarás)



20. ábra. Jurij Vasziljevics KOLOSOV (1867.08.25.– 1936.11.07.) [2]

Kolosov munkájával egyértelműen létrejött az a matematikai eszköztárs, amely alkalmas volt a repedéssel rendelkező testben a repedéscsúcs környezetében ébredő feszültségi-alakváltozási mezők számítására rugalmas anyagmodell esetén, azaz a törésmechanika elvi alapjai kialakultak.

1.b. A lineáris rugalmas törésmechanika kialakulása, fejlődése

A komplex függvények bevezetése általában a síkkbéli feladatok (kontinuummechanika, áramlástan, stb.) megoldásába forradalmi változást eredményezett. Ez abból adódik, hogy a komplex függvénytan eszköztársere lehetővé teszi az x, y síkon definiált síkkbéli alakzatoknak a komplex síkon definiált úgynevezett egységkörre való leképezését, ill. pontosabban fogalmazva: „Minden egyszerű és egyszerűen



23. ábra.

Niko Muszhevisvili
(1891.02.16. –
1976.07.16.) [2]

összefüggő T tartomány, amelynek legalább két különböző kerületi pontja van, kölcsönösen egyértelműen és konformisan – szögtartóan – leképezhető az egységkörre” [9]. Ebből a felismerésből eredeztetve a (10) összefüggés figyelembevételével annak megoldását kell előállítani egységnyi körre úgy, hogy abban szereplejen a leképező függvény és annak deriváltjai is. A síkkbéli alakzatokra ezt **Niko Muszhevisvili**, 23. ábra, a Grúz Tudományos Akadémia alapítója, Kolsov tanítványa, matematikus és mérnök a “Some basic problems of mathematical theory of

elasticity” című, 1953-ban kiadott könyvében (ill. korábban ennek orosz nyelvű kiadásában) szisztematikusan meg is tette.

Az angol nyelvterületen széles körben hangoztatott és 1939-ben publikált „Westergaard-féle megoldás” Kolosov egyenletek csupán a következő speciális esetei:

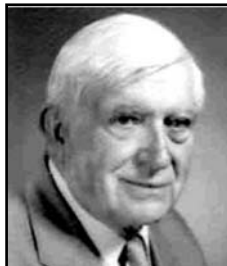
- az x tengely mentén ($y=0$) a $\tau_{xy} = 0$ (I. terhelési mód), ill.
- az x tengely mentén ($y=0$) a $\sigma_y = 0$. (II. és III. terhelési mód).

A Koppenhágai születésű (1888) és a Harvardi Egyetem Mémóki Karának dékánjaként 1950-ben elhunyt, igen széles körben ismert és elismert szakember, **Harald Malcom Westergaard** (24. ábra) ezen partikuláris megoldásának nagy előnye, hogy mindössze egyetlen feszültségfüggvényre van szükség.



24. ábra. Harald Malcom Westergaard (1888. Koppenhága – 1950 Harvard Egyetem) [2]

A klasszikus rugalmasságtan alapján a repedés környezetének matematikai leírásának összefoglalását először a skót származású, igen sokoldalú és a kelet európai szakemberekkel szoros kapcsolatot kialakító matematikus, **Ian Naismith Sneddon** (25. ábra) 1969-ben társszerzővel kiadott könyvében tette meg. A könyv címe: „Crack problems in the classical theory of elasticity”.



25. ábra. Ian Naismith Sneddon (1919.12.08.- 2000. 11.04.) [10]

A 26. ábrán feltüntetett jelölések figyelembevételével a repedés csúcsának környezetében a klasszikus rugalmasságtani elvek alapján számított feszültségmező minden esetben a következő alakú kifejezéssel számítható:

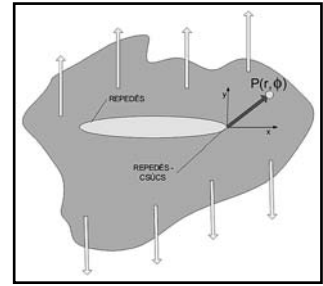
$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\Theta) \quad (15)$$

ahol

- **K** - olyan invariáns mennyiség, a feszültségintenzitási tényező, amely függ a repedés hosszától, a repedésfelületre ható terhelés nagyságától és típusától (húzó, nyíró, csavaró), amelyet egyezményesen a terhelés típusára utalva K_I , K_{II} vagy K_{III} -al jelöl a szakirodalom.

• **r** – a repedéscsúcstól mért távolság

- **$f_{ij}(\Theta)$** – a kiválasztott pontba mutató vektor és a repedés síkjával bezárt szögtől függő geometriai tényező.



26. ábra. A repedéscsúcs környezetének állapota

A (15) kifejezést szemlélve a következő megállapítások tehetők:

- a) a **K** invariáns mennyiség jellege arra utal, hogy ugyanazon **K** érték több repedéshossz, terhelés kombinációval állítható be, állítható elő

- b) a kiválasztott **P** pontban **r=const** és **$\Theta=const$** a terhelés növekedésével a feszültség-tenzor megfelelő elemei növekednek, és ez csak a **K** növekedésének következménye,

- c) a **K** értéke addig növekedhet csupán, ameddig az eléri az anyag vizsgált állapotára jellemző kritikus értéket, az anyag repedés-terjedéssel szembeni ellenállását, amelyet a terhelés típusától függően K_{Ic} , K_{IIc} vagy K_{IIIc} jelöl,

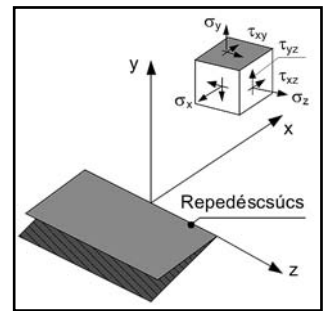
- d) a repedés csúcsában, az **r=0** helyen a legkisebb terhelés hatására is végtelen nagyságú feszültség ébred, amelyet a matematikai formalizmus szingularitásként kezel, de az anyag viselkedése tekintetében ez nyilvánvalóan nem helytálló,
- e) a rugalmasságtan lineáris egyenleteiből következik, hogy többtengelyű igénybevétel esetén a **K** értékek számítása additív.

A lineárisan rugalmas testben a repedések csúcsának környezetében kialakuló mezők számításának matematikai hátterét megadva egyrészt a gyakorlati alkalmazások elősegítése érdekében a lehetséges legkülönbözőbb estek (terhelési, geometriai) megoldása felé fordult a szakemberek nagy tömege, másrészt pedig az elméleti megfontolásokkal kapott megoldások kísérleti ellenőrzéséhez. Ezt a tényt hűen tükrözi az amerikai Kísérleti Mechanikai Egyesület (Society for Experimental Mechanics – SEM) és a Nemzetközi Optikai Mérnök Egyesület (International Society for Optical Engineering – SPIE) gondozásában 1997-ben publikált klasszikus közlemények gyűjteménye is [11]. E közlemények alapvetően a repedéscsúcs környezetében kialakuló feszültségmezők számításával foglalkoznak. A kiválasztott 51 publikációk egyrészt az 1956–1987-es periódust ölelik át, másrészt az analitikus (24 cikk), a numerikus megoldások (19 közlemény) és a kísérleti ellenőrzések (18 cikk) köré csoportosítja a klasszikusnak ítélt publikációkat. Ez utóbbiaknál a feszültségoptikai és holografikus interferencia, valamint a kausztikák módszerének alkalmazhatóságát demonstrálják a szerzők álló és mozgó repedéseknél.

A feszültségintenzitási tényezőre alapozott lineárisan rugalmas törésmechanika fejlődése gőzerővel indult meg az 1970-es évek elejétől. Ennek a következő négy alapvető oka volt:

- Egyrészt már megjelentek a „zárt szabályozó rendszerű” digitális vezérlésű anyagvizsgáló berendezések és ezzel az anyagok repedés-terjedéssel szembeni ellenállása reprodukálhatóan mérhetővé vált, azaz megjelenhetett az első anyagvizsgálói szabvány (ASTM E399-70) is.

- Másrészt az elméleti alapok birtokában a legkülönbözőbb gyakorlati estekre megoldások lettek előállíthatók, és ezeket kézikönyvekben

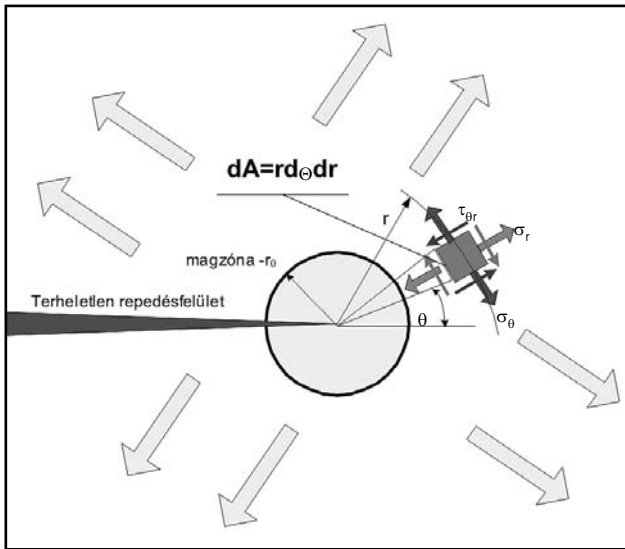


27. ábra. A repedés csúcsának környezetében kiválasztott pontban ébredő feszültségkomponensek

foglalták össze. Az első kézikönyv 1973-ban jelent meg G. Sih feldolgozásában [12], amelyet számos követett [13, 18]. Ezek közül a legelterjedtebben alkalmazott a Murakami Yukitaka által szerkesztett sorozat, amelynek első két kötete 1986-ban, míg a jelenlegi utolsó két, 4 és 5. kötete 2001-ben jent meg.

• Harmadrészt a repedés felületén ható állandó, konstans feszültségekre született megoldásokra alapozva a tetszőleges feszültségeloszlásra érvényes feszültségintenzitási tényezők is meghatározhatók lettek az úgynevezett „súlyfüggvények” módszerének alkalmazásával [19, 20]. E módszer alkalmazásánál egyrészt a rugalmasságtan lineáris egyenleteiből következő additívítást, másrészt a repedést nem tartalmazó feszültségeloszlást (pl. a maradék feszültségek eloszlását) lehet figyelembe venni.

A negyedik okot az adta, hogy viszonylag egyszerűen általánosítható síkbeli terhelés esetén a repedés megindulási irányának kijelölésére. Ennek gyakorlati jelentősége meglehetősen nagy, hiszen a lineárisan rugalmas törésmechanika (LEFM) kialakulását követően a gyakorlati alkalmazás is igen széles körben megindult. Ennek egyik iránya volt az úgynevezett repedésgátló, fékező elemek elhelyezése különböző szerkezeti elemekben pl. repülőgépek szárnyain bórszállal erősített „tapaszok” formájában. Az elhelyezéshez ismerni kell a repedések terjedésének várható irányát. George Sih volt az, aki bevezette az „alakváltozási energiasűrűség” (strain energy density) fogalmát 1973-ban [21]. Ennek lényege a 28. ábra figyelembevételével a következő:



28. ábra. Az alakváltozási energiasűrűség értelmezése

– a repedés csúcsa előtt kijelölünk egy úgynevezett magzónát, amelyre nézve biztosan nem érvényes mindaz, amit állítunk,
– a magzónán kívül, például ahol az ébredő feszültségek kisebbek, mint az anyag folyási határa kijelölünk egy egységnyi $dA=rdrd\theta$ felületet és kiszámítjuk az itt tárolt rugalmas alakváltozási energiát

$$\frac{dE}{dA} = \frac{1}{r} (a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2) + \dots \quad (16)$$

amelyben

$$a_{11} = \frac{1}{1 + \cos \theta} (\lambda - \cos \theta)^2, \quad (17)$$

$$a_{12} = \frac{16\pi G}{1} \sin \theta [2 \cos \theta - (\lambda - 1)]$$

$$a_{22} = \frac{16\pi G}{1} [(1 + \lambda)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)],$$

ahol $\lambda = \frac{3m-4}{m}$ sík-alakváltozási állapotban (amikor az adott pont csak a síkban mozdulhat el a külső terhelés hatására – ehhez természetesen

térbeli feszültségállapotra van szükség) ill. $\lambda = \frac{3m-1}{m+1}$ síkfeszültségi

állapot esetén (amikor az adott síkra merőlegesen nem ébred feszültség és a feszültségi vektornak csak a síkba eső komponensei vannak) és G – a csúsztató rugalmassági modulus és $m=1/\mu$ értéke (μ – a Poisson-szám, a kereszt és hosszirányú rugalmas nyúlások hányadosa), a K_I, K_{II} pedig a megfelelő terheléskomponenshez tartozó feszültségintenzitási tényező.

– Az $S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2$ kifejezés dimenzióját tekintve J/m^2 , azaz egységnyi felületen tárolt energiát tükröz, így az alakváltozási energiasűrűség (strain energy density, Energiedichtefaktor) elnevezést kapta.

– Adott terhelési és geometriai (próbatest, ill. repedés) paraméterek ismeretében a K_I, K_{II} konkrét értéke számítható a rugalmassági jellemzők figyelembevételével az alakváltozási energiasűrűség csak a θ , azaz a repedés síkja által bezárt szög függvénye lesz, azaz

$$S = f(\theta) = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (18)$$

A (16) és (18) kifejezések szerint

$$\frac{dE}{dA} = \frac{S}{r} \quad (19)$$

azaz $r \rightarrow 0$ esetén az egységnyi felületelemben tárolt rugalmas energia a végtelenhez tart, ami nyilvánvalóan nem lehetséges. Ezért ezen elképzelés úgy értelmezhető, hogy a terhelésmentes testben levő repedés csúcsában kiválasztunk egy r_0 sugarú úgynevezett magzónát és a terhelés növekedése során csak ebe zónán kívüli helyen vizsgáljuk az elnyelt energiát. Mint minden folyamat, a repedés terjedése is a legkisebb ellenállás irányába, azaz az S_{\min} által meghatározott irányba fog végbemenni. A repedés terjedésének megindulása pedig akkor következik be, ha a magzónában a terhelés növekedése során az egységnyi felületen felhalmozódott alakváltozási energia eléri az anyagra jellemző kritikus, S_{kr} értéket. Az előzők szerint, tehát a repedés irányát a

$$\frac{dS}{d\theta} = 0 \quad (20)$$

feltételből meghatározott $\theta = \theta_0$, míg a repedés megindulásához tartozó igénybevételt az $S=S_{kr}$ jelöli ki.

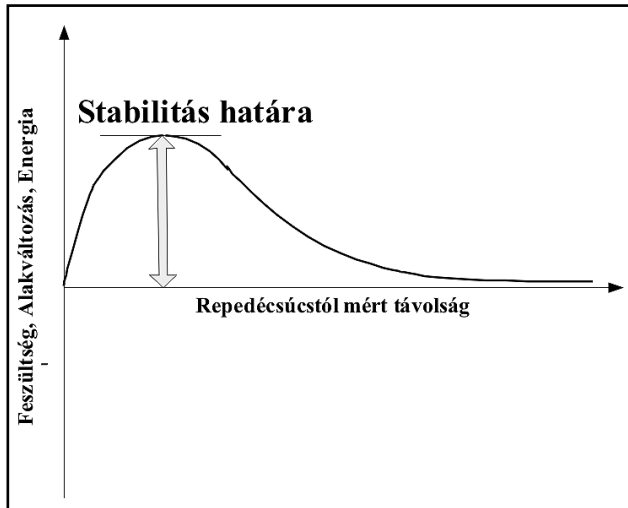
A (15) összefüggést figyelembe véve (nagyon leegyszerűsítve) azt is mondhatjuk, hogy a repedés síkjában ($\theta=0$), a repedés csúcsa előtt kialakul egy kör alakú képlékeny zóna, ahol a σ feszültség értéke eléri az anyag folyási határát, az R_{eH} értékét, azaz $\sigma = R_{eH}$. Ebből adódóan a képlékeny zóna sugarára

$$r_k^x = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{K_I}{R_{eH}} \right]^2 \quad (21)$$

kifejezés adódik.

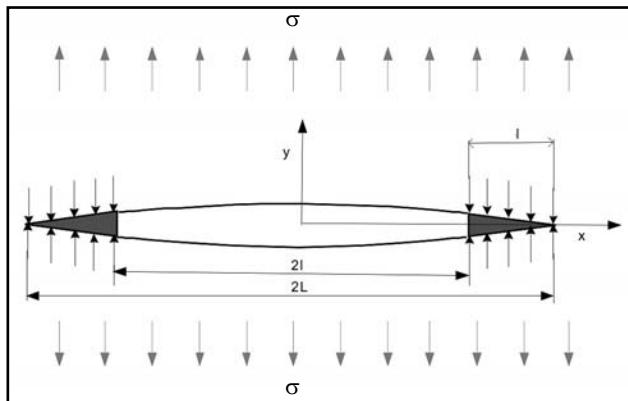
1. c. A repedéscsúcs modellek (Barenblatt, Panasyuk, Dugdale)

A lineárisan rugalmas anyagmodell alapul vevő, matematikailag korrekt elgondolás egyetlen hibája mérnöki szempontból az, hogy a repedés csúcsában ($r=0$) ébredő feszültségek már a legkisebb terhelés esetén is végtelen nagyságúak, azaz a szilárd testben levő repedés instabilitásának be kellene következnie és így nem definiálható olyan anyagjellemző, amely a repedésterjedéssel szembeni ellenállást tükrözi! A matematikai gondolkodásmódban ez nem jelent semmi mást, mint azt, hogy a repedéscsúcsban ($r=0$) a megoldásnak $1/\sqrt{r}$ típusú szingularitása van. Ezt az ellentmondást kísérik meg feloldani, az úgynevezett **repedéscsúcs modellek**. Ezek lényege, hogy a repedéscsúcs közvetlen környezetében feltételeznek valamilyen feszültségeloszlást az anyagban és így elemzik mechanikailag az egyensúly feltételeit. Az első ilyen repedéscsúcs-modellt Barenblatt javasolta az 1959-ben folytatólagosan 25 nyomtatott oldalon megjelent két közleményében [22,



29. ábra. Barenblatt „repedéscsúcs” modellje

23]. Eredményeit még 1961-ben egy több mint 70 oldalas angol nyelvű közleményében is összefoglalta és általánosította [24]. Javaslatának lényege az, hogy a repedéscsúcs környezetében külső terhelés hatására az anyagban olyan jellegű feszültségeloszlás alakul ki, mint amilyen az atomok között ébred miközben azokat egymástól eltávolítani igyekszünk, mint ahogy ezt a 29. ábra szemlélteti. A matematikailag egyébként korrekt modellben a terhelés növekedésével a repedéscsúcs előtt az anyagban kialakult a 29. ábrán látható jellegű feszültség- (alakváltozás, energia) eloszlás. Mérnöki szempontból gondot jelent azonban a stabilitási kritériumhoz tartozó anyagjellemző definiálása és kísérleti módszerekkel történő meghatározása. Ezt a problémát oldja fel az ugyancsak 1959-ben Leonov és Pansyuk által javasolt modell [25, 26]. A 30. ábra jelöléseit figyelembe véve, ha feltételezzük, hogy egy rugalmas, végtelen kiterjedésű, σ húzó feszültséggel terhelt lemezben, $2l$ tényleges hosszúságú repedés mindkét csúcsának környezetében az anyagban Δl hosszán, az anyagi tulajdonságokat hordozó σ_0 feszültség ébred akkor a $2l$ hosszúságú repedés tövében a repedés kinyílása, δ az egyensúly feltételéből számítható. A repedéstől kinyílása, szétnyílása, adott repedéshossz esetén természetesen a terhelő külső feszültség függvénye, azaz $\delta(\sigma)$. Ez a repedéscsúcs modell tehát olyan, mint egy „csipesz”, amely az egyensúlyt biztosítja mindaddig, amíg a repedés terjedése meg nem indul, azaz a δ eléri az anyag adott állapotára vonatkozó kritikus értéket, a δ_{krit} értékét.



30. ábra. Repedéscsúcs-modellek

A repedéscsúcs kinyílása a következő összefüggéssel számítható:

$$\delta(\sigma) = -[(8\sigma_0 l)(\pi E)] \ln \cos[(\pi/2)(\sigma/\sigma_0)] \quad (22)$$

Ha ismerem, azaz kísérletileg meg tudom határozni az anyag adott

állapotára jellemző δ_{krit} értékét, akkor a repedésterjedést előidéző kritikus terhelést, a σ_{krit} értékét a következő kifejezéssel számíthatom:

$$\sigma_{krit} = (2/\pi)\sigma_0 \arccos \exp(-d_{krit}/l), \text{ ahol } d_{krit} = (\pi E \delta_{krit})/(8\sigma_0) \quad (23)$$

Mindezek figyelembevételével az „élet-halál mezsgyéjét” reprezentáló Δl távolság számítható a

$$\Delta l = L - l \sec[(\pi\sigma/2\sigma_0) - 1] \quad (24)$$

összefüggéssel. A modell gyakorlati alkalmazásához tehát ismerni kell a repedéscsúcs σ_0 feszültségeloszlását és a kritikus állapotot kifejező anyagjellemzőt a δ_{krit} értékét.

Az angol Dugdale – Panasyukéktól függetlenül – 1960-ban közölt cikkében feltételezte, hogy a repedéscsúcs σ_0 feszültségeloszlása megegyezik az anyag egytengelyű folyási határával [27], azaz a (22)-(24) összefüggésekbe a $\sigma_0 = R_{eH}$ vagy $R_{p0,2}$ helyettesítést kell tenni. Érdekességként említhető meg, hogy a két szakember először Sheffieldben találkozott. A közös fényképet e közlemény szerzője készítette 31. ábra.



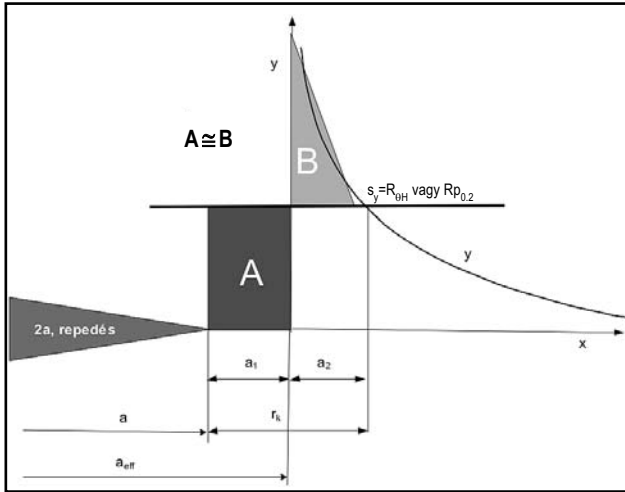
31. ábra. D.S. Dugdale és V.V. Panasyuk Shellfieldben (balra Dugdale-től A.Ja. Krasowsky, lehajtott fejű M. Bily)

Az így megalkotott és az angolszász irodalomban Dugdale – modellként emlegetett elgondolást igazán felhasználóképpé Alan Arthur Wells (1924.05.01.-2005. 11. 08.), 32. ábra [29], tette, aki 1961-ben, az angol hegesztési intézet (BWRA) igazgatóhelyetteseként írt cikkében [28] rámutatott a kritikus repedés-kinyílás, a δ_{krit} a COD (Crack Opening Displacement) mérhetőségére.



32. ábra. Alan Arthur WELLS (1924.05.01. – 2005.11.08.) [29]

A repedéscsúcs környezetében kialakuló képlékeny zóna méretének becslésére a 18. ábrán már látható G. R. Irwin is tett egy olyan, de mérnöki megfontolásokon nyugvó javaslatot, amelyet a gyakorló mérnökök a törésmechanikai vizsgálatok érvényességének megítélésére a mai napig is szabvány szinten használnak. Az elgondolás lényegét a 33. ábra szemlélteti. Véleménye szerint az ábrán feltüntetett a félhosszúságú repedés a képlékenységi miatt úgy viselkedik, mintha tényleges hosszánál nagyobb, $a_{eff} = a + a_1$ félhosszúságú, rugalmas anyagban levő repedés lenne, azaz a repedéscsúcs környezetében a képlékenységi miatt az elmozdulás nagyobb, a helyi merevség kisebb, mint tisztán rugalmas esetben. A feszültségek eredője a repedés környezetében ugyanolyan, mint rugalmas esetben, csupán annak átrendeződése megy végbe. Az előzők alapján az $a_{eff} = a + a_1$ félhosszúságú repedés csúcsa előtt a feszültség a_2 helyen éri el a folyási



33. ábra. A repedéscsúcs előtt kialakuló képlékeny zóna G. R. IRWIN által javasolt modellje ($A \cong B$ feltétel).

határ értékét. A tényleges a félhosszúságú repedés csúcsa előtt a feszültség az $r_k = a_1 + a_2$ tartományban a folyási határral megegyező. A feszültségek eredőjének azonossága miatt (csupán átrendezés megy végbe a repedéscsúcs környezetében) a 32. ábrán feltüntetett A és B terület egyenlő. A (15) összefüggés ($\theta=0$, a repedés síkjában) szerint a

$K_I = \sigma \sqrt{\pi a_{eff}}$ figyelembevételével

$$\sigma_y = R_{eH} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi a_2}} = \sigma \sqrt{\frac{(a + a_1)\pi}{2\pi a_2}} \quad (25)$$

azaz

$$a_2 = \left(\frac{\sigma}{R_{eH}} \right)^2 \frac{a + a_1}{2} \approx \left(\frac{\sigma}{R_{eH}} \right)^2 \frac{a}{2} \quad (26)$$

adódik, mivel $a_1 \ll a$. Az A és B területek egyenlőségéből

$$R_{eH} \cdot a_1 = \int_0^{a_2} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} dx - R_{eH} \cdot a_2 \quad (27)$$

feltételhez jutunk. A (26) és (27) összefüggések, valamint az $a_1 \ll a$ feltétel figyelembevételével

$$(a_1 + a_2)^2 = r_k^2 = 4a^2 \quad (28)$$

azaz $a_1 \sim a_2 = r_k/2$. Jó közelítéssel tehát azt mondhatjuk, hogy az Irwin modellje szerint a tényleges repedés csúcs előtt egy

$$r_k = 2a_2 = \left(\frac{\sigma}{R_{eH}} \right)^2 a = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2 = 2r_k^* \quad (28)$$

méretű, kör alakú képlékeny zóna alakul ki. A (21) és (28) összefüggések alapvetően eltérő megfontolások alapján adódtak, mégis ugyanazt a tényt tükrözik, azt, hogy a terhelőfeszültség vagy a repedés-hossz növelésével, ill. az anyag folyási határának csökkenésével a képlékeny zóna mérete nő. A két különböző megfontolást figyelembe véve a $\left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2$ szorzója $1/\pi=0,318$ vagy $1/2\pi=0,159$. A rugalmas és képlékeny zónákat ezen feltételezés szerint kör választja el, amelynek középpontja $r_k^*/2$, ill. $r_k/2$.

Az előző megfontolásoknál lényegesen többet mond, ha a repedés csúcsának környezetében kiszámítjuk a redukált feszültséget és azt valamilyen folyási feltétellel vetjük össze. Ekkor a képlékeny zóna kontúrja is kijelölhető a 22. ábrán látható bármelyik terhelés módban (húzás, nyírás és csavarás). Az I. terhelési módban pl. a lemez felületén ahol síkfeszültségi állapot érvényesül $\sigma_z=0$, a lemez középsíkijában, ahol sík alakváltozási állapot lép fel (azaz a középsík pontjai csak a saját

síkjukban mozdulhatnak el a külső terhelés hatására $\sigma_z = \frac{1}{m} [\sigma_x + A\sigma_1$ és σ_2 főfeszültségek (amelyhez tartozó $\tau=0$) a

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (29)$$

kifejezésekkel számíthatók. Az I. terhelési módban a (15.) összefüggés a következő alakú lesz:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

A (30) kifejezés figyelembevételével a főfeszültségekre

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma_2 &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

kifejezéseket kapunk. A a harmadik főfeszültség értéke a lemez középsíkijában, ahol sík alakváltozási állapot érvényesül a

$$\sigma_3 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (32)$$

összefüggéssel számítható, míg a lemez felületén, ahol síkfeszültségi állapot ébred a harmadik főfeszültség nagysága zérus, azaz $\sigma_3=0$. A főfeszültségek ismeretében számított redukált feszültség és valamilyen folyási feltétel figyelembevételével a repedéscsúcs környezetében a rugalmasan és képlékenyen alakváltozott tartományok határvonalát kijelölhető.

A Huber-Mises-Hencky-féle kritérium szerint a képlékeny folyás állapotában a

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = 2R_{eH}^2 \quad (34)$$

míg a Tresca (Saint-Venant, Columb-féle) kritérium szerint képlékeny folyásnál a

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau_{max} = R_{eH} \quad (35)$$

feltételnek kell teljesülni.

A (31-34) összefüggés figyelembevételével a képlékeny zóna határát sík feszültségi állapotban ($\sigma_3 = 0$) a Huber-Mises-Hencky-féle folyási feltétel alapján az

$$r_k = \left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right] \quad (36)$$

a Tresca folyási feltétel szerint az

$$r_k = \left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \right]^2 \quad (37)$$

összefüggés jelöli ki. Hasonlóan síkalakváltozási állapotban a Mises-féle folyási feltételt figyelembe véve

$$r_k = \left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\mu)^2 (1 + \cos \theta) \right] \quad (38)$$

míg a Tresca folyási feltétel alapján

$$r_k = \left(\frac{K_I}{R_{eH}} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - 2\mu + \sin \frac{\theta}{2} \right]^2 \quad (39)$$

kifejezés adódik, a képlékenyen rugalmas zóna határát leíró (r, θ) kapcsolatra, ahol μ a Poisson szám értéke, acélokra hozzávetőlegesen 0,33. Ha a (36)-(39) összefüggéseket ábrázoljuk, akkor a következő megállapítások tehetők:

- a TRESCA-féle folyási kritérium (a legnagyobb Mohr-kör sugara azonos az egytengelyű szakítóvizsgálattal meghatározott folyási határral) mind a síkfeszültségi, mind pedig a síkalakváltozási állapotban nagyobb méretű képlékeny zónát eredményez, mint a Huber-Mises-Hencky féle kritérium.

- A síkfeszültségi állapothoz tartozó képlékeny zóna mérete nagyobb,

mint a sík alakváltozási állapotban. Ennek direkt gyakorlati következménye az, hogy

- a repedés csúcsa előtt egy „kutyacsont” alakú, a bevitt energiát elnyelő, képlékeny zóna alakul ki,
- a bevitt külső energiából kevesebb nyelődik a középsíkban, mint a felületen képlékeny alakváltozás miatt, azaz középen több fordítódik a repedés terjesztésére, így a repedés hossza itt nagyobb lesz,
- a vastagabb lemezeknél fajlagosan nagyobb energiahányad jut a repedés terjesztésére, mivel fajlagosan nagyobb lesz a sík alakváltozási (vagy ezt megközelítő) hányad.

A repedéscsúcs közvetlen környezetében lejátszódó alakváltozások - feszültségek még részletesebben is elemezhetők a folyási kritériumok valamelyikével kijelölt megfolyást követően. Ezt többen is elvégezték, pl. 1968-ban Rice és Rosengren [30], ill. Hutchinson is [31] ugyanazon folyóirat ugyanazon számában folytatólagosan publikálták elképzeléseiket. A numerikus módszerek széleskörű elterjedésével szinte minden modell eredménye számszerűsíthető. A képlékeny zóna belsejében - a választott anyagi modell - végbemenő alakváltozási, energia elnyelő folyamatok kvalitatív és hozzávetőleges kvantitatív értékelése a műszaki életben is hasznosítható, gyakorlati jelentőséggel bírhat a következő területeken:

- a túlterhelés hatásának értelmezése és a repedéssel rendelkező szerkezet várható biztonságának megítélésében,
- az ismétlődő terhelések során mutatott viselkedés értékelésében (beleértve a periodikus túlterhelés hatását is), valamint
- a maradó feszültségek eloszlásának és nagyságának értékelésében (ami különösen a technológiailag, a technológiai paraméterekkel szabályozható maradó feszültségek tudatos létrehozása esetén igen nagy jelentőségű lehet, pl. hegesztés, lokális képlékeny alakítások, hőbevitel, stb.)

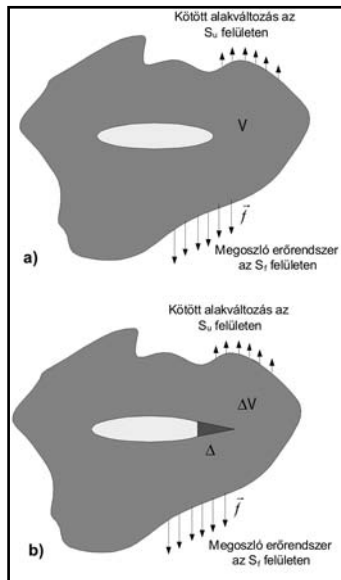
1.d. A J-integrál értelmezése

Néhány szóban már megemlíttésre kerültek a repedés-terjedés energetikai kritériumainak különböző formái elsősorban Griffith, Orvan, Irwin vagy Sih nevére hivatkozva. A repedés terjedésének energetikai feltétele természetesen lényegesen általánosabban is megfogalmazható, ha a termodinamika első főtételére, az energia-megmaradás törvényére támaszkodunk. Ha egy S felülettel határolt V térfogatú testben levő Σ felületű belső folytonossági hiba (pl. repedés) a felületen és térfogaton megoszló erőrendszer hatására növekszik (34. ábra), akkor a test pillanatnyi állapotára nézve teljesülni kell az

$$\dot{A} + \dot{Q} = \dot{K} + \dot{U} + \dot{\pi} \quad (40)$$

feltételnek, amelyben

- \dot{A} - az S felületen megoszló külső- és a V térfogaton megoszló belső erőrendszer munkája időegység alatt,
- \dot{Q} - az S felületen egységnyi idő alatt bevezetett hőmennyiség,
- \dot{K} - a test kinetikai energiájának növekedése időegység alatt,



34. ábra. Repedést tartalmazó test energetikai viszonyainak jellemzése
Kiinduló állapot (V - térfogat, □ - belső - repedés - felület)
A terhelés hatására bekövetkező térfogatváltozás (ΔV) és repedésfelület megnövekedése (Δ□)

\dot{U} - a test időegység alatti belső energia növekménye,

$\dot{\pi}$ - a repedésfelület növekedésére időegység alatt felhasznált energia.

A (40) kifejezés teljesen általános, így bármilyen feladat megoldásának kiinduló összefüggése. A konkrét gyakorlati problémák megoldása során azonban olyan egyszerűsítésekre van szükség, amelyek gyakran kétségessé tehetik azt, hogy a végbemenő folyamatok úgy következnek be, mint ahogy azt a modell alapján végzett számítások eredményei megjövendölik.

Az általános energetikai modell alkalmazhatóságának bemutatására tekintsük egy folytonossági hibával rendelkező test 34. ábrán bemutatott két állapotát. Az S felülettel határolt V térfogatú test S_U felülettel határolt részén a t_i ($i = 1,2,3$) elmozdulás-vektor, míg az S_F felületén ($S = S_U + S_F$) az f_i ($i = 1,2,3$) felületen megoszló erőrendszer adott. A folytonossági hiba (repedés) Σ nagyságú felülete terhelésmentes. A test ezen állapotában a feszültségi, az alakváltozási és az elmozdulási mezőt jelölje $\sigma_{ij}^0, \epsilon_{ij}^0, t_i^0$ ($i, j = 1,2,3$). Abban az esetben, ha a terhelés hatására a folytonossági hiba felülete $\Delta\Sigma$, míg térfogata ΔV értékkel növekszik, a test állapota is természetesen megváltozik. Ekkor a feszültségi, az alakváltozási és az elmozdulási mezőt jelölje

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \Delta\sigma_{ij}, \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \Delta\epsilon_{ij}, t_i = t_i^0 + \Delta t_i \quad (41)$$

Abban az esetben, ha a 32. ábrán feltüntetett a állapotból a b állapotba való átmenet lassú (kvázistatikus) és hőárammal nem kell számolni ($\dot{K} = \dot{Q} = 0$), akkor a (40) kifejezés

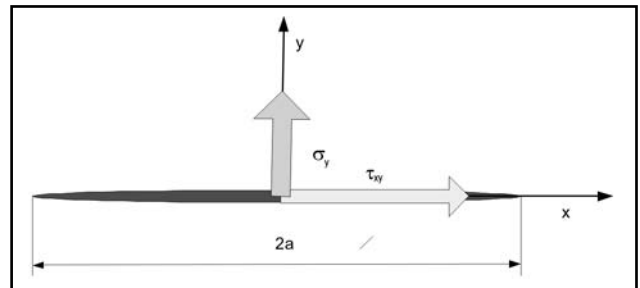
$$\Delta U - \Delta A = -\Delta\pi = \Delta(U - A) = \Delta E \quad (42)$$

Kimutatható [32] hogy amennyiben a test lineárisan rugalmas (érvényes a Hooke-törvény) és a folytonossági hiba növekedése során annak térfogatváltozása (ΔV) elhanyagolható, azaz repedésszerű (ideálisan vékony bemetszés) hibáról van szó, akkor

$$\Delta E = \frac{1}{2} \int_{\Delta\Sigma^+} f_i^+ [\Delta t_i^+] dS \quad (43)$$

ahol a repedés két felületének elmozdulásának különbsége, a az új repedésfelület egyik fele, a repedésfelületek egyikére ható külső erőrendszer. A (43) kifejezés felhasználásával különböző terhelési esetekre, eltérő repedéskonfigurációknál az energiaváltozás számítható.

A legegyszerűbb esetet szemlélteti a 35. ábra. Ekkor a repedésfelületek egyikére ható külső erőrendszer:



35. ábra. Repedéssel rendelkező test energetikai viszonyai az I. terhelési módban

$$f_i^+ = f_x^+ i + f_y^+ j, f_x^+ = -\tau_{xy}, f_y^+ = \sigma_y, a \Delta t_i = 2 [\Delta t_i^+] \quad (44)$$

(a szimmetria miatt) $\Delta t_i = 2[u^+ + v^+]$ ($t = u i + v j$) és $dS = dx$, így a (43) kifejezés

$$\Delta E = - \int_0^{\Delta a} (\tau_{xy} u^+ + \sigma_y v^+) dx \quad (45)$$

Ahhoz, hogy az előbbi integrál számítható legyen, ismerni kellene a repedéscsúcs környezetében a feszültségeket és az elmozdulásokat. A rugalmasságtan egyenleteinek érvényességével meghatározott feszültségi és alakváltozási mező e terhelési esetre a (30) összefüggések

tükrözik. Ezeket a (45) kifejezésbe helyettesítve, az integrálást elvégezve

$$\Delta E = -\frac{K_I^2}{8G}(\lambda + 1)\Delta a \quad (46)$$

adódik, amelyben $\lambda = \frac{3m-1}{m}$ sík alakváltozási, ill. $\lambda = \frac{3m-1}{m+1}$ sík feszültségi állapot esetén ($m=1/\mu$, ahol μ – a Poisson szám). A (46) kifejezés tartalmát tekintve lényeges következtetésre juthatunk. Nevezetesen arra, hogy a $\frac{\Delta E}{\Delta a}$ mennyiség véges, hisz a K_I is véges. Így a $\frac{\Delta E}{\Delta a}$ anyagi tulajdonságok hordozója. A (42) kifejezésnél a Griffith-féle elgondolást figyelembe véve $\Delta\pi=2\Delta a\gamma$ energia szükséges a $2a$ nagyságú új repedésfelület létrehozásához. A (42) és (46) összefüggések szerint

$$\frac{K_I^2}{8G}(\lambda + 1) = 2 \quad (47)$$

egyenlőség adódik, ill. ha a lemez végtelen kiterjedésű, átmenő repedést tartalmaz és a terhelés $\sigma = \text{áll.}$ a repedés síkjára merőleges (a Griffith-féle alapfeladat), akkor $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$, valamint a rugalmassági jellemzők)

$E = 2G\frac{m+1}{m}$ kapcsolatot is figyelembe vesszük, akkor a

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a(1-\mu^2)}} \quad (48)$$

kifejezéshez jutunk ($\mu=1/m$). Az alakilag azonos (7) és (48) összefüggésekről azonban érdemes megjegyezni, hogy alapvetően különböző kiindulási feltételből, mechanikai modellből, erősen eltérő matematikai apparátussal vezettük le. A (7) kifejezés a rugalmas testben levő erősen elnyújtott elliptikus kivágás környezetében ébredő elmozdulások által a $\sigma = \text{áll.}$ feszültségterben végzett munka és az új repedésfelületek képződéséhez szükséges energia összevetéséből adódott. A (48) kifejezés viszont egy rugalmas testben matematikai értelemben vonalszerű folytonossági hiány növekedése során a csúcsok környezetében felszabaduló energiát veti össze az ugyanitt képződő új repedésfelületek létrehozásához szükséges energiával. Ebben az esetben az elmozduló repedéscsúcsok jelentik az energiaforrást. A két energia a (40) kifejezésnél alkalmazott egyszerűsítések után megegyezik, azaz míg Griffith megoldásánál az egész testet jellemző rugalmas energiából indult ki, addig az energia-megmaradás tételének felhasználásával végzett számításnál a repedéscsúcs környezetében tárolt energia az új felületek létrehozásához szükséges energiaforrás. Az adott egyszerűsítések figyelembevételével e két mennyiség megegyezik, azaz fennáll a

$$\frac{dW(\sigma, a)}{da} = \frac{dE}{da} \quad (49)$$

feltétel.

Nemlineárisan rugalmas anyag törvény esetén síbeli feladatoknál a külső terhelés hatására kialakuló feszültség- és alakváltozási mező ismeretében a 36. ábrán látható jelölések figyelembevételével bizonyítható

$$J = \int_C [u(\varepsilon_{ij}) / dx_2 - \vec{f}_{ni}(dt_i / dx_1) ds] \quad (50)$$

integrál értéke független a repedéscsúcsot körülvevő C-görbe alakjától, ahol

$u(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{mn} d\varepsilon_{mn}$ a C-görbe pontjaiban,

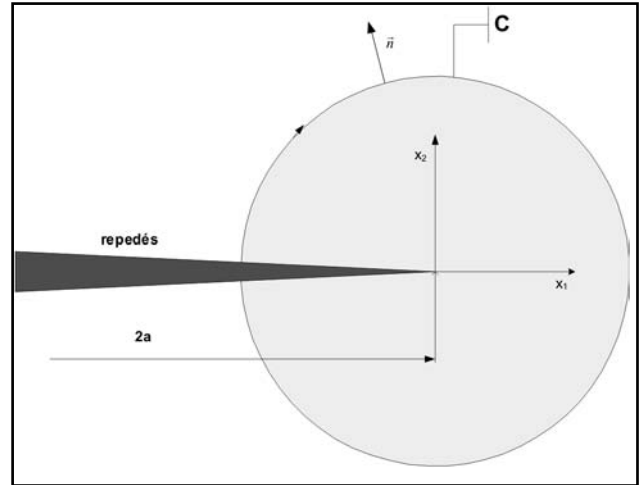
$\vec{f}_{ni} = \sigma_{ij}n_j$ a C-görbe pontjaiban egy ds hosszúságú ívelemre ható erő komponensei,

n_j – a C-görbe normálvektora,

t_i – az elmozdulás-vektor koordinátái a C-görbén.

Az (50) összefüggéshez vezető elgondolást egymástól függetlenül először Rice és Cserepanov publikálta 1968, ill. 1967 években [33, 34].

Igazolható, hogy a J-integrál értéke zérus abban az esetben, ha a



36. ábra. A J-integrál koncepciója

görbe zárt, tehát nem repedés vagy belső folytonossági hiba két felületén végződik. Belátható az is, hogy

$$J = \frac{dE}{da} \quad (51)$$

azaz a J-integrál a testben tárolt energia csökkenését tükrözi miközben a repedéshossz da értékkel növekszik.

A (49) és (51) kifejezések alakilag azonosak, azonban fizikai tartalmukat tekintve alapvetően eltérnek. A (49) összefüggés azt tükrözi, hogy ha egy rugalmas testben levő repedészerű hiba felületére merőlegesen σ átlagfeszültség hat, akkor a repedésfelületek kinyílása által a testben tárolt rugalmas energia megváltozása – a repedéshossz növekedésével – megegyezik a növekedés során a repedés csúcsánál felszabaduló energiával. Az (51) kifejezés is az utóbbit tükrözi, de a repedéscsúcs tetszőleges környezetében (hisz az integrál értéke a C-görbétől független) az alakváltozások és feszültségek kapcsolata a Hooke-törvénytől eltérően ebben az esetben nem lineárisan (pl. hatvány szerint keményedő).

A J-integrál gyakorlati alkalmazhatóságához két dologra van szükség. Egyrészt ismerni kell a J-integrál kritikus értékét, azaz az anyagnak azt a tulajdonságát, jellemzőjét, amelyet a repedés terjedésével szemben kifejti, másrészt egy reális szerkezet tényleges terheléséből kiindulva, ki kell tudnunk számítani a reális repedés környezetében a (50) összefüggés felhasználásával a J konkrét értékét. Ez utóbbi a mechanika numerikus eljárásainak alkalmazásával oldható meg, az anyagjellemző kísérleti módszerekkel meghatározható, tehát a módszer gyakorlati alkalmazásának elvileg nincs akadálya. Csúpan két korlátozó tényezőt kell figyelembe venni. Az egyik az, hogy csak síkbeli viszonyokra alkalmazható, a másik pedig, hogy tetszőleges terhelésnél a repedés terjedés iránya nem jelölhető ki.

A törésmechanika mérnöki módszerei

2a. A fajlagos repedésterjesztési erő koncepciója

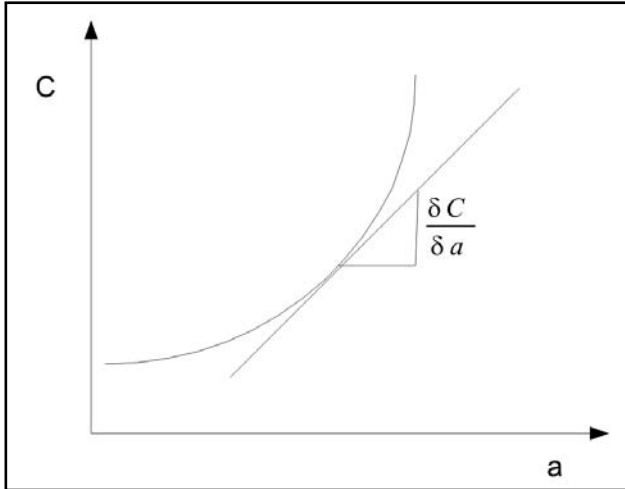
Egy repedést tartalmazó szerkezetet külső erővel (P) terhelve abban alakváltozási energia (U) halmozódik fel. A rendszer merevsége (a rugóállandó reciproka) $C=\delta/P$ kifejezéssel definiálható, ahol δ - az erő (P) hatásvonalába eső elmozdulás. A rendszerben tárolt energia

$$U = \frac{1}{2} P\delta = \frac{1}{2} CP^2 \quad (52)$$

Amennyiben a szerkezet repedést tartalmaz és a repedés egy adott terhelésnél (P_{krit}) megmozdul, növekszik a szerkezet merevsége is megváltozik. A repedés terjedéssel szembeni ellenállást a $\delta U/\delta a$ mennyiség fogja jellemezni. Ezt a mennyiséget vezette be George Irwin,

mint repedésterjesztési erőt és G-vel jelölte (felesége neve Georgina, így nem állítható biztosan, hogy a George vagy a Georgina név kezdőbetűje a G jelölés). A g értelmezését a 37. ábra segíti.

$$G = \frac{\delta U}{\delta a} = \frac{1}{2} P^2 \frac{\delta C}{\delta a} \quad (53)$$



37. ábra. A merevség (compliance – C) megváltozása a repedéshossz függvényében

Az anyagjellemző (a repedésterjedéssel szembeni ellenállás) meghatározása során repedést tartalmazó próbatestre van szükség, amelyet terhelve a kritikus terhelés meghatározható. Ekkor a G_{krit} értéke a következő kifejezéssel számítható

$$G_{krit} = \frac{1}{2} P_{krit}^2 \frac{\delta C}{\delta a} \Big|_{a=a_{krit}} \quad (54)$$

Gyakorlatilag minden próbatest merevsége számítható a rugalmasságtan elveinek figyelembevételével.

2.b. Fajlagos törésmunka koncepciója

Gillemot László (1912. 10. 07. – 1977.08.20.), 38. ábra, akadémiai székfoglaló előadásában (1966. 01. 25.) adott részletes áttekintés, foglalta össze [35] az először 1958-ban Sinay Gáborral közösen publikált [36] elképzelést, amely „kontrakciós munka”, „fajlagos alakváltozási munka”, ill. „fajlagos törésmunka” kifejezésekkel honosított meg a hazai szakirodalomban. A módszer lényege az, hogy egy sima hengeres próbatest szakítóvizsgálata során az erő-átmérő változás ($F - \Delta d$) folyamatos regisztrálását a kontrahált keresztmetszetben valósítják meg. Ekkor a kontrakció helyén kiválasztott egységnyi térfogatban elnyelt munka a 39. ábrán látható jelölések figyelembevételével számítható a következő összefüggéssel

$$W_{krit} = \int_0^{\varphi_u} \sigma' d\varphi \quad (55)$$

ahol

W_{krit} – az előzőekben említett „kontrakciós munka”, „fajlagos alakváltozási munka”, ill. „fajlagos törésmunka” (J/m^3)

φ – a valódi alakváltozás, amely hengeres próbatest esetén a $\varphi = 2 \ln \frac{d_0}{d} = 2 \ln \frac{d_0}{d_0 - \Delta d}$ kifejezéssel meghatározható (d_0 a

próbatest eredeti átmérője, $d - a$ terhelés közben mért pillanatnyi átmérő, Δd az átmérő csökkenése a terhelés során,

φ_u – a szakadás pillanatában mért valódi alakváltozás
 σ' – a próbatestben ébredő valódi feszültség.

Történelmi tényként kell megemlíteni, hogy Rejtő Sándor „szívóssági mérőszám”-

(Rejtő-féle szívóssági munka, Záhigekit, tenacity) vezette be a mérnöki feszültség–mérnöki megnyúlás ($\sigma - \delta$) görbének az egyenletes nyúlás határáig tartozó területét. Ez a terület természetesen lényegesen kisebb és hozzávetőlegesen a repedés keletkezéséhez szükséges munkát definiálja (abban az esetben, ha elfogadjuk, hogy a terjedőképes repedés a hengeres próbatest középvonalában a maximális, a képlékeny instabilitáshoz tartozó erőnél keletkezik).

A javasolt módszer kétségbevonhatatlan előnyei:

- egyszerű, gyors és akár a tradicionális szakító vizsgálatokból is becsülhető,
- különböző megfontolások alapján számos olyan összefüggés ismeretes, amelyekben a tradicionális szakítóvizsgálattal meghatározott paraméterek szerepelnek,
- a fajlagos törésmunka kiváló mérőszáma az anyagok bemetszés érzékenységének számszerű jellemzésére
- a fajlagos törésmunka és a törésmechanikai mérőszámok kapcsolata megteremthető (lásd. Czoboly Ernő – Havas István közleményét).

A koncepció hátrányai:

- a fajlagos törésmunka a repedés keletkezésének és terjesztésének együttes energiáját fejezi ki,
- a próbatest alakjának szerepe kérdéses,
- a próbatest méreteinek hatása, az úgynevezett mérethatás nem kellő mélységben tisztázott.

A hazánkban széles körben elterjedt koncepció alkalmazásában úttörő munkát végeztek:

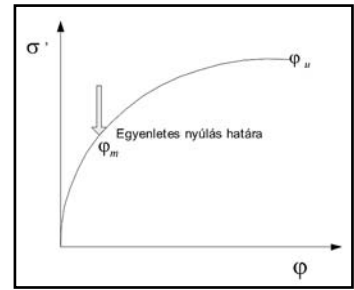
- Konkoly Tibor a hegesztőanyagok (és varratanyagok) bemetszés érzékenységének jellemzésével,
- Gillemot Ferenc a kisciklusú fáradási anyagjellemzők becslésében,
- Czoboly Ernő és Havas István a törésmechanikai anyagjellemzők a fajlagos törésmunka közötti híd kimunkálásában,
- Tóth László a fajlagos törésmunka és az anyagok fáradásos repedésterjedéssel szembeni ellenállásának becslésében. A sin acélokat (66 adag), nagyszilárdságú hegeszthető acélokat (NAXTRA, bainites és ferrint-perlites), betétben edzhető és austenites Cr-Ni acélokat magába foglaló 18 különböző anyagon végzett vizsgálatok alapján a sima hengeres próbatesteken meghatározott fajlagos törésmunka (W_0) és a $da/dN=C\Delta K^n$ úgynevezett Pari-Erdogan kifejezés kitévője (m) között az alábbi korrelációs összefüggést kaptuk [37-43]:

$$n = (5,652 \pm 0,1168) - (0,00168 \pm 0,0001)W_0 \quad (56)$$

2.c. Biztonsági diagram típusú koncepciók

A folyási határ alatti feszültségeken végbemenő teljes egészében rideg törés a lineárisan rugalmas törésmechanikai apparátussal kezelhetővé és kiküszöbölhetővé vált a 1980-as évek végére. Ezt követően a törésmechanika fejlődését a következő körülmények inicializálták:

- Mennyi a repedést tartalmazó szerkezet biztonsági tartaléka akkor, ha nem tökéletesen ridegen megy végbe a törés?
- A mikroelektronika, és ezzel együtt a roncsolásmentes vizsgálati technikák robbanásszerű fejlődésével ugrásszerűen megnőtt a feltárt



39. ábra. A Gillemot-féle fajlagos törésmunka értelmezése

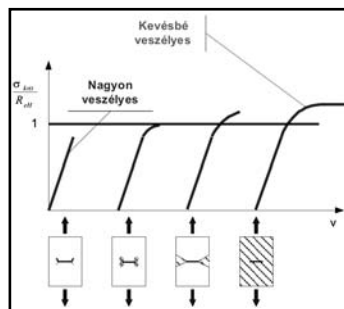


38. ábra. Gillemot László (1912. 10. 07. – 1977. 08. 20.)

anyagfolytonossági (a repedésszerű) hibák száma. Ilyenkor mindig felmerül az a kérdés, hogy milyen módszerekkel és hogyan becsülhetők a szerkezetek biztonsága?

• Hogyan és milyen eszközökkel, módszerekkel értékelhetők egységesen a mi-nimális energiaelnyelődéssel végbemenő rideg- (azaz nagyon veszélyes) és a jelentős képlékeny alakváltozással, a számottevő energia-elnyelődéssel járó (kevésbé veszélyes) képlékeny összeomlással lejárású törések, mint ahogy ezt a 41. ábra szemlélteti?

Az kétségtelen tény, hogy a lineárisan rugalmas törésmechanikai (LEFM) módszerek megbízhatóan kezelik a kifejezetten ridegen végbemenő, a legveszélyesebb törési eseteket annak dacára, hogy az alkalmazott megfontolások éppen a repedéscsúcsban elvileg nem helytállóak. Ha viszont a már említett Saint-Venant elvet figyelembe vesszük, akkor azt mondhatjuk, hogy jó, a repedéscsúcsban az elvek nem helytállóak, de kicsit távolabb, már nem érvényesülnek a lokális hatások. Ez mindenképpen egy nagyon érdekes és figyelemre méltó megállapítás, de igaz (vagy majdnem igaz). Egy kissé morbid példával élve: Azt pontosan nem tudjuk, hogy miképpen szűnik meg egy-egy élet, de azt regisztrálni tudjuk, hogy beállt a halál! Az is igaz, hogy a LEFM elveit használjuk akkor is, ha már egzakt módon nem érvényesülnek a modellalkotásnál tett feltételezések. Ilyenkor a határok kijelölése (meddig lehet még alkalmazni és ettől már nem alkalmazható) szakmai megegyezés kérdése. Ezt a szakmai közösség megtette és megállapodásukat szabványok, műszaki dokumentumok rögzítik. Az is tény, hogy amennyiben a repedéscsúcs környezetében az anyag számottevő képlékeny alakváltozást szenved (másképpen fogalmazva: a terhelés során bevitt alakváltozási energia egyre nagyobb hányada képlékeny alakváltozást idéz elő, és csak kisebb hányada fordítható a repedés terjesztésére – a törésre) az eddigiekben alkalmazott rugalmassági elvek nem használhatók. Ilyenkor helyükbe lépnek a képlékenységtan elvei, amelyekben megszűnik a linearitás, és additivitás, és ezzel együtt az anyag viselkedésében szerepet kap az úgynevezett mérethatás. a méretektől való függés. Ezekben az esetekben is kidolgozhatók olyan elvek, amelyek a szerkezetekben levő repedések veszélyességének mérlegelésére alkalmasak, de a nagyméretű próbatesteken, valóságos szerkezeteken megvalósított kísérleti ellenőrzések nem kerülhetők meg. Ezen típusú, az üzemeltethetőségre vonatkozó alkalmasság eldöntésére dolgozták ki a '90-es években a 41. ábrán látható, és annak inkább a második felében az úgynevezett „biztonsági diagram” típusú értékelési eljárásokat. A kifáradás témakörében széles körben ismertek a biztonsági diagramok, amelyek gyakorlatilag egy adott anyag kifáradási határainak összessége, amelyek egy adott terhelési mód (húzás-nyomás, vagy hajlítás, vagy csavarás) bármilyen nagyságú terhelése kapcsán kiküszöböli a kifáradással bekövetkező törést. A legveszélyesebb, a 40. ábra baloldali részén látható úgynevezett ridegtörés esetét a 41. ábra függőleges tengelye, a legveszélytelenebbet, a 40. ábra jobb oldalán látható esetet a 41. ábra vízszintes tengelye, a „képlékeny összeomlás” írja le. A kettő közötti lehetséges eseteket pedig valamilyen határgörbe. A legnagyobb problémát a határgörbe definiálása jelenti, hiszen ennek kapcsán sok-sok megalapozott szakmai kérdés vehető fel, pl. hogyan függ a határgörbe

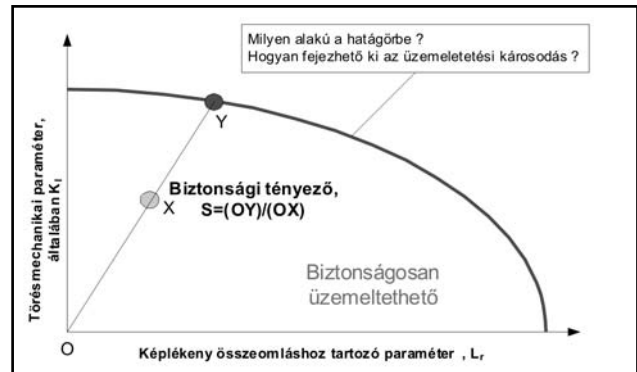


40. ábra. A repedést tartalmazó szerkezeti elem megnyúlása (v) a repedésterjedéshez tartozó kritikus feszültség (σ_{krit}) és a folyási határ (σ_{foly}) arányában a különböző, lehetséges törési eseteknél

- az anyag minőségétől,
- az anyagnak az üzemeltetés során bekövetkező károsodásának típusától és folyamatától,

- a szerkezet méreteitől,
- a szerkezetben levő repedés relatív méretétől stb.

A nagyméretű szerkezeteket gyártó és üzemeltető (atomerőművek, hőerőművek hajóépítő ipar, stb.) világcégek igen jelentős forrásokat biztosítottak az 1990-es években a 41. ábrán látható koncepció határgörbéinek kidolgozására és ezek ellenőrzésére. Így születtek a meg a biztonságos üzemeltetést szolgáló, szabványokban és műszaki előírásokban megtestesülő, úgynevezett FFS (Fitness for Service) eljárások mind az atomerőmű-ipar, mind pedig a normál mérnöki szerkezeteket gyártó, üzemeltető iparágak számára. Ezeket foglalja össze a nem nukleáris területeken az 1. táblázat és a nukleáris iparban alkalmazottakat a 2. táblázat.



41. ábra. „Biztonsági diagram” típusú, üzemre való alkalmasság (fitness for service, fitness for purpose) becslések alapdiagramja

1. táblázat

FFS típusú értékelési módszerek a NEM NUKLEÁRIS iparban

Eljárás	Szerkezeti elem	Ország	Bevezetés éve
BS 7910	Fémszerkezetek	GB	2005
SINTAP	Fémszerkezetek	EU	2004
FITNET	Fémszerkezetek	EU	2008
R5	Növelt hőmérsékletű üzemelés	GB	1994
API 579	Olajipar, Finomítók	USA	2000
WES 2805	Kötőhegesztések	JPN	1997

2. táblázat

FFS típusú értékelési módszerek a NUKLEÁRIS iparban

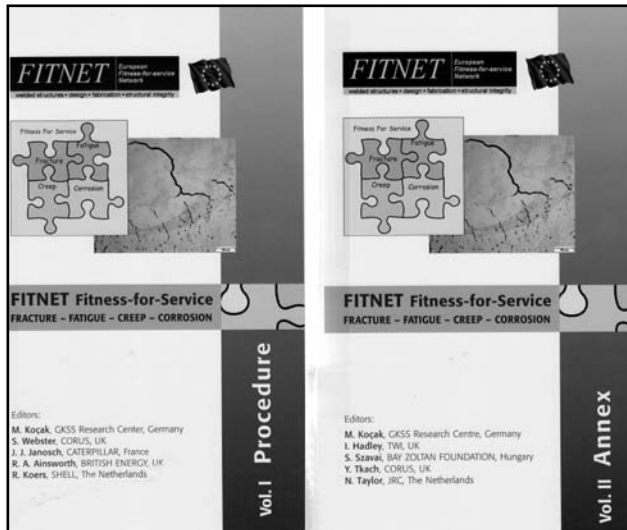
Eljárás	Szerkezeti elem	Ország	Bevezetés éve
ASME Sec. XI.	NC	USA	2004
RSE-M	NC	FR	1997
A16 (RCC-MR)	NC	FR	2002
SKIFS	NC	SWE	1996
KTA 3201.4	NC	EU	1999
JSME S NAI	NC	JPN	2004
R6	NC	GB	2001

Az 1. és 2. táblázat adataiból látható, hogy

- az eddig kidolgozott 13 eljárás közül mindössze 5 db készült 1994-2000 között és 8 db az ezredforduló után,
- az eljárások kidolgozásához szükséges forrásokat alapvetően az USA, Anglia, Franciaország, Japán és az Európai Unió biztosította.

Említésre méltó tény, hogy az EU 6. Keretprogramjában 1.765.000 Euro-val támogatott FITNET hálózatban kidolgozott eljárást az EU tagállamaiból mintegy 40 partner hozta létre, amelyben a volt szocialista országok közül egyedül hazánk vett részt, a Bay Zoltán Logisztikai és

Gyártástechnikai Intézet képviselőjében. A kidolgozott 2 kötetben publikált anyagot a 42. ábra szemlélteti.

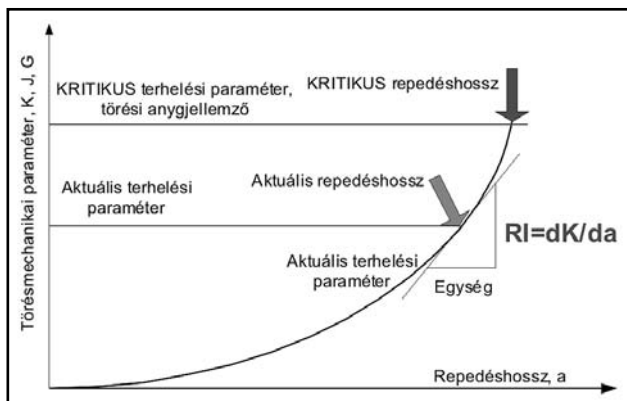


42. ábra. A FITNES program keretében kidolgozott értékelési eljárásrend anyaga (kidolgozásában a BAY-LOGI munkatársai is jelentős szerepet vállaltak)

A törésmechanika röviden áttekintett fejlődési trendje egyben kikényszerítette olyan roncsolásmentes vizsgálati módszer kifejlesztését és ipari bevezetését, amely alkalmas a szerkezetekben esetlegesen levő repedésszerű hibák méretének és elhelyezkedésének megbízható detektálására. Hogy ez mennyire így van, arról meggyőződhetünk a különböző roncsolásmentes vizsgálatok ipari bevezetéséhez kötődő időpontok alábbi áttekintéséből is:

- 1876 Mágneses mező vizsgálata, A. HERING (USA)
- 1895 Röntgenvizsgálat, Wilhelm Conrad RÖNTGEN (D)
- 1925 γ -sugárzás, H. PILON, M.A. LABORDE (F)
- 1927 Mágnesporos vizsgálat, A. ROUX (F)
- 1929 Elektropotenciál és, E.A. SPERRY (USA)
- 1933 Folyadékbehatolásos vizsgálat, H. REICHERT (D)
- 1936 Örvényáramos vizsgálat, F. FÖRSTER (D)
- 1936 Akusztikus emissziós vizsgálat, F. FÖRSTER (D)
- 1942 Ultrahangos vizsgálat, Floyd A. FILESTONE (USA)
- 1997 Fáziseltolódásos UH vizsgálat (Tomscan FOCUS)

A felsorolásból látható, hogy 1942 és 1977 között igazában új elveket felhasználó módszer nem jelent meg az ipari alkalmazások között. Az egészségügy területén a '70-es évek elején bevezetett módszer mérnöki



43. ábra. A repedésérzékenységi index definíciója.

területeken való alkalmazását nagyban segítette a mikroelektronika hihetetlen ütemű fejlődése.

Igen lényeges kérdés a szerkezet biztonsági tényezőjének direkt összekapcsolása a roncsolásmentes anyagvizsgálat megbízhatóságával, a repedésgeometria detektálásának bizonytalanságával. Erre nézve került bevezetésre világviszonylatban elsőként a *repedésérzékenységi index* fogalma. ennek lényegét szemlélteti 43. ábra. E koncepció és gyakorlati alkalmazhatósága számos közleményben került bemutatásra pl. 44-53.

Anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállása és meghatározási módszerei

Ahhoz, hogy a törésmechanikai elveket igen széles körben alkalmazni lehessen elengedhetetlen szükségesség az anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállásának ismerete a gyakorlatban előforduló anyagokra és terhelési, üzemeltetési feltételekre. Bármelyik törésmechanikai modellt is tekintem a gyakorlati alkalmazáshoz a következőkre van szükségem:

- a repedésszerű hiba megbízható detektálási módszerére, a vizsgálati eljárásra,
- a repedésszerű hiba közvetlen környezetében kialakuló mező(k) számítására a terhelés, a szerkezet és a hiba geometria paramétereinek figyelembevételével,
- a mező jellemzésére egyetlen, úgynevezett eredő-paraméterrel (lásd pl. a kontinuummechanikában az eredő feszültség, egyenértékű feszültség fogalmát stb.)
- az anyag adott állapotában a repedésterjedéssel szembeni ellenállását, amely természetesen valamilyen módon meghatározható a specifikus (partikuláris) terhelési módokban mért törési jellemzőkből.

A legegyszerűbb, a lineárisan rugalmas törésmechanikát tekintve, ahol az addicó elve is érvényesül, azaz a terhelés módjától függően K_I , K_{II} -ről és K_{III} -ról, ill. az anyagjellemzők tekintetében az adott terhelési módhoz tartozó repedésterjedési ellenállásról, törési szívósságról K_{Ic} , K_{IIc} -ről és K_{IIIc} -ről beszélhetünk. Ekkor szükség van egy olyan felületre, annak egyenletére, amely alatt a repedést tartalmazó szerkezet biztonsággal üzemeltethető, ill. amely felett, az instabil repedésterjedés valószínűleg meg. Az

$$F(K_I, K_{II}, K_{III}, K_{Ic}, K_{IIc}, K_{IIIc}) = 0 \quad (57)$$

felület kísérleti meghatározása. Ha az instabil repedésterjedés Griffith-féle kritériumát elfogadjuk, akkor bizonyítható, hogy általános térbeli terhelésnél az instabil repedésterjedés akkor indul meg, ha a következő feltétel teljesül:

$$F(K_I, K_{II}, K_{III}) = 4G\gamma - \left(\frac{m-1}{m}\right)(K_I^2 + K_{II}^2) - K_{III}^2 \quad (58)$$

ahol

G – a csúsztató rugalmassági modulus,

$m=1/\mu$, ahol μ – a Poisson szám,

γ – az egységnyi új felület létrehozásához szükséges energia.

Síkbeli esetekre törési kritériumként az úgynevezett gömbi feltételeket

$$\left(\frac{K_I}{K_{Ic}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}}\right)^2 = 1 \quad (58)$$

vagy az úgynevezett elliptikus feltételeket

$$(K_I)^2 + 1,78(K_{II})^2 = (K_{Ic})^2 \quad (59)$$

szokták törési kritériumként elfogadni.

Érdeemes megemlíteni, hogy a legegyszerűbb terhelés esetre, az I. terhelési módra (a feszültség merőleges a repedés síkjára) a törési szívósság meghatározására a világon az első szabvány csupán 1983-ban jelent meg, amelyet az ASTM E 399-el jelölt. Ez szolgált alapul a további szabványosításoknak, annak ellenére, hogy számos alkalommal átdolgozásra, pontosításokra került [54]:

- 2009(E1) kiadás – Május 1, 2010
- 2009 kiadás – Július 1, 2009
- 2008 kiadás – November 15, 2008
- 2006(E2) kiadás – Április 1, 2008
- 2006(E1) kiadás – Április 1, 2007
- 2006 kiadás – December 15, 2006
- 2005 kiadás – Április 1, 2005
- 1990 R97 kiadás – November 30, 1990
- 1990 kiadás – November 30, 1990
- 1983 kiadás – Április 24, 1983

Az ismétlődő terhelés során végbemenő repedésterjedésnél a következő két problémával került szembe a szakmai közvélemény:

- milyen legyen az alkalmazott modell, és
- milyen módszerekkel határozzák meg az anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállását.

Noha Paul Paris már 1961-ben javasolta a mára már abszolút széles körben elfogadott modelljét (amelyet a beküldött cikk bírálói egyértelműen elutasítottak [3]) az anyagjellemzők mérésére az első szabvány csupán 1988-ban jelent meg, amelyet azóta ugyancsak többször módosítottak

- 2011 kiadás – Július 15, 2011
- 2008(E1) kiadás – Május 1, 2010
- 2008 kiadás – Április 1, 2008
- 2005 kiadás – Június 15, 2005
- 2000 kiadás – December 10, 2000
- 1999 kiadás – Január 1, 1999
- 1995 kiadás – Október 10, 1995
- 1995 kiadás – Január 1, 1995
- 1993 kiadás – Február 15, 1993
- 1991 kiadás – Április 15, 1991
- 1988A kiadás – November 29, 1988

A növelt hőmérsékletű kúszás során végbemenő stabil repedésterjedés körülményeinek elemzése kapcsán ugyancsak felmerült a modell és az anyagjellemzők kísérleti meghatározásának problematikája. E területen csupán 1992-ben jelent meg az első szabvány, amelyet folyamatosan pontosítottak

- 2007(E3) kiadás – Május 1, 2011
- 2007(E2) kiadás – Október 1, 2009
- 2007(E1) kiadás – Augusztus 1, 2008
- 2007 kiadás – Március 15, 2007
- 2000 kiadás – Augusztus 10, 2000
- 1998 kiadás – Március 10, 1998
- 1992 kiadás – Február 15, 1992

Az anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállást tükröző legkülönbözőbb anyagjellemzők kísérleti meghatározására ma már a szabványosított módszerek széles köre áll rendelkezésre. Teljesen önkényesen kiválasztva álljon itt a következő néhány szabvány az ASTM repertoárjából (az angol címetek megtartva)

- ASTM E399 – 09e2 Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials
- ASTM E1820 – 11 Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness
- ASTM D5045 – 99(2007)e1 Standard Test Methods for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials
- STM E2472 – 06e1 Standard Test Method for Determination of Resistance to Stable Crack Extension under Low-Constraint Conditions
- ASTM E1457 – 07e4 Standard Test Method for Measurement of Creep Crack Growth Times in Metals
- ASTM E2760 – 10e1 Standard Test Method for Creep-Fatigue Crack Growth Testing
- ASTM E1290 – 08e1 Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement

- ASTM D6068 – 10 Standard Test Method for Determining J-R Curves of Plastic Materials
- ASTM E647 – 11e1 Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates

Összefoglalóan tehát azt mondhatjuk, hogy anyagvizsgálati oldalról is rendelkezésre áll napjainkban olyan széles vizsgálat-metodológiai háttér, amely lehetővé teszi a repedést tartalmazó szerkezetek biztonságának megítélését az anyagvizsgálat oldaláról.

Melyik modellt válasszam és miért?

Az előzőkben röviden áttekintett tények alapján a következők jelenthetők ki:

- a rugalmasságtan alapegyenletein nyugvó síkbeli esetekre vonatkozóan elméletileg megalapozott modellek állnak rendelkezésre a lineárisan rugalmas törésmechanika eszköztárában,
- a repedéscsúcsban ébredő feszültségintenzitási tényező számítására kézikönyvekben, szoftverekben, INTERNET-es adatbázisokban, on-line programokban összefoglalt számítási módszerek állnak rendelkezésre a legkülönbözőbb szerkezeti elemekben, a gyakorlatban előforduló terhelési esetekre, hiba-konfigurációkra,
- matematikailag megalapozott, elméletileg helyes módszerek állnak rendelkezésre a technológiai maradó feszültségek (hegesztés, hőkezelés, stb.) figyelembevételével ébredő feszültségintenzitási tényező számítására,
- nincs egyértelmű, kísérletileg igazolt módszer az eredő törésmechanikai paraméter számítására térbeli, összetett igénybevétel esetén, annak ellenére, hogy számos kecsegtető javaslat található a szakirodalomban,
- nincs egyértelmű, kísérletileg igazolt törési kritérium térbeli terhelés esetére még a LEFM alkalmazásánál sem,
- rendelkezésre állnak mindazon anyagvizsgálati szabványok, amelyek lehetővé teszik a különböző törésmechanikai modellekben szereplő anyagi paraméterek (repedésterjedéssel szembeni ellenállás) reprodukálható mérését,
- kidolgozásra kerültek olyan ügynevezett mérnöki megoldások, amelyek képesek értékelni a repedést tartalmazó szerkezetek biztonságát a lehetséges törési esetek igen széles tartományában a teljesen ridegtől a képlékeny összeomlásig.

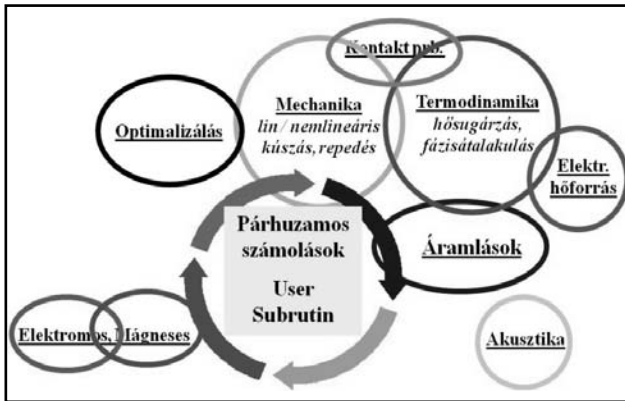
Az előzők figyelembevételével jogos kérdés az, hogy milyen modellt válasszak és miért? Ennek mérlegelése kapcsán a következő stratégiát célszerű minden esetben követni:

Mindig a legkonzervatívabbal kezdjem az értékelést, hiszen ha a konzervatív becslés mellett a szerkezet biztonságosan üzemeltethető, akkor nincs értelme a további számításoknak! Ebből a megfontolásból feszültségintenzitási tényezőre alapozott **lineárisan rugalmas törésmechanika** a szóba jöhető módszer, hiszen ebben a modellben csak egyetlen energia-nyelő van és ez a repedéscsúcs környezete!

Létezzen roncsolásmentes vizsgálati módszer a repedésszerű hiba MÉRETEINEK, ELHELYZKEDÉSÉNEK meghatározására. A fáziseltolódásos ultrahangvizsgálat megfelelő eljárás.

Ki tudjuk számítani a repedés környezetében kialakuló törésmechanikai paramétert. A feszültségintenzitási tényezőre alapozott koncepció alkalmazásánál a repedéscsúcsban ébredő viszonyok számítására kézikönyvekben, szoftverekben, INTERNET-es adatbázisokban, on-line programokban összefoglalt módszerek állnak rendelkezésre a legkülönbözőbb szerkezeti elemekben, a gyakorlatban előforduló terhelési esetekre, hiba-konfigurációkra. Ugyancsak matematikailag megalapozott, elméletileg helyes módszerek állnak rendelkezésre a technológiai maradó feszültségek (hegesztés, hőkezelés, stb.) figyelembevételére is. A számítástechnika jelenlegi szintje gyakorlatilag lehetővé teszi bármilyen konfigurációban a szükséges számítások elvégzését. Ezt illusztrálja a 44. ábra.

Legyen szabványosított vizsgálati módszer a repedésterjedéssel szembeni ellenállás meghatározására. Mint láttuk, erre nézve igen



44. ábra. A számítástechnika adta lehetőségek a gyakorlatban előforduló, a mérnöki szerkezetekben ébredő mezők numerikus szimulálására

széles és szabványosított paletta áll rendelkezésre. E módszerekkel meghatározott anyagjellemzőket napjainkban ingyenes vagy fizetős on-line adatbázisokban is összefoglalják, pl. 55.

Visszatérvén tehát az alapkérdéshez: a melyik modellt válasszam és miért? A személyes vélemény:

A konzervatív becslést jelentő lineárisan rugalmas törésmechanikát, mert

- az alkalmazásához szükséges feszültségintenzitási tényező számítására a háttér adott kézikönyvekben, on-line adatbázisokban, egyszerű on-line szoftverekben vagy számítógépes kódokban,

- matematikailag megalapozott módon a „súlyfüggvények” módszerével becsülhetők a technológiai maradó feszültségek várható szerepe,

- az anyagjellemzők reprodukálható kísérleti meghatározására a szabványosított eljárások léteznek, ill. tájékoztató adatok rendelkezésre állnak kézikönyvekben vagy on-line ingyenes vagy fizetős adatbázisokban.

Amennyiben a konzervatív módszer alkalmazásával a repedést tartalmazó szerkezetek biztonságosan üzemeltethetők, úgy a további számítások feleslegesek, hiszen a repedésterjedéssel, töréssel járó esetleges képlékeny alakváltozások csak a biztonságot növelik.

Amennyiben a konzervatív módszer alkalmazásával a repedést tartalmazó szerkezetek biztonságosan NEM üzemeltethetők, úgy a további számításokat a napjainkra már széles körben kidolgozott és kísérletileg ellenőrzött (verifikált) FFS eljárásokra kell alapozni, amelyek megalapozottan használhatók mind a nukleáris, mind pedig a nem-nukleáris iparban egyaránt.

Összefoglalás, következtetések

A közlemény célkitűzését, az áttekintett területeket, azok eredményeit áttekintve a következő megállapítások tehetők:

A lineárisan rugalmas anyamodellre alapozott törésmechanika **matematikai elmélete** a síkbeli feladatokra az 1960-as évekre került teljes mértékben kidolgozásra.

Ezt megelőzően az 1940-es és 50-es években a törésmechanikai elvek kidolgozásával párhuzamosan megkezdődtek a repedésszerű hibákat tartalmazó szerkezetek biztonságának megítéléséhez kötődő mérnöki, gyakorlati módszerek kidolgozása és alkalmazása. Erre az időre a gyakorlat-elmélet kölcsönhatása jellemző elsősorban az úgynevezett „repedéscsúcs-modellek” elmélete és gyakorlati alkalmazhatósága tekintetében.

Az 1960-as évek második felében az úgynevezett „súlyfüggvények-módszerének” bevezetésével elvileg lehetővé vált a technológiai maradó feszültségek hatásának elemzése a repedésterjedés körülményeiben.

Az 1970-es években a lineárisan rugalmas törésmechanika gyakorlati alkalmazását közvetlenül elősegítő feszültségintenzitási tényező

számítására vonatkozó összefüggések tömegszerűen kidolgozásra kerültek.

Az anyagok repedésterjedéssel szembeni ellenállásának vizsgálati szabványai is megjelentek az 1980-as évektől kezdődően (1983, 1988, 1992).

Az 1990-es évek második felében ipari alkalmazásként megjelent a repedésszerű hibák térbeli detektálására alkalmas fáziseltolódásos ultrahangvizsgálat.

A 2000-es évek elejétől a szakmai közvélemény érdeklődési köre a törések széles tartományát (a ridegtöréstől – a képlékeny összeomlást) értékelő módszerek kidolgozására koncentrált. Ennek eredményeként számos, úgynevezett „biztonsági-diagram” típusú eljárás született mind a nukleáris, mind pedig a nem-nukleáris iparágak számára.

Napjainkban elmondható, hogy a számítástechnikai háttérre támaszkodó elméleti és gyakorlati ismeretek lehetővé teszik a szerkezetekben levő és a vizsgálati technika fejlődése miatt egyre gyakrabban detektált repedésszerű hibák várható hatásának megbízható mérlegelését. Ennek során egyrészt az elemzés módját és költségeit kell figyelembe venni! A módot illetően célszerű a konzervatív (csak a repedés közvetlen csúcában van energia-elnyelődés) eljárással kezdeni és a „biztonsági-diagram” típusúval folytatni, a költségeket illetően pedig a kockázat alapú szemléletre támaszkodni. Ez ugyanis a biztonság szintjének megítélésére befektetett és a kockázatos összegeket mérlegeli.

Összefoglalóan megállapítható, hogy a Czoboly Ernő által 1977-ben készített tudományterületi áttekintés 56 egyrészt helyesen jelölte ki a várható fejlődési irányokat, másrészt a mikroelektronika és az ezzel együtt járó vizsgálati- és számítástechnikai háttér olyan fejlődéseket inicializált, amelyek napjainkra lehetővé tették a szerkezetekben levő repedésszerű hibák várható hatásának széleskörű, „mi van akkor, ha típusú” megbízható mérlegelését.

Irodalomjegyzék

- [1] Béda Gy., Kozák I., Verhás J.: Kontinuummechanika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
- [2] Bojtár I.: http://www.epito.bme.hu/me/htdocs/oktatas/tantargy.php?tantargy_azon=BMEEOTMMBT4 lapon a „Letölthető fájlok” között a „Kiegészítő információk” könyvtárban szereplő életrajzok.
- [3] Tóth L., Rossmann P.: A törésmechanika és az anyagvizsgálat története. Miskolc, 1999. <http://mek.oszk.hu/01100/01191/cimkes.html>
- [4] Cherepanov G.P.: Mekhanika khрупkogo razrusheniya. Nauka. Moszkva, 1974. 144-149.
- [5] Kovács L.: Orowan Egon szilárdtestfizikus születésének centenáriumán. Magyar Tudomány. 2002/3. p. 372-375.
- [6] Nabarro F.R.N., Argon A.S.: Egon Orowan. Biographical Memoir. National Academies Press. Washington D.C. 1996. <http://www.nap.edu/html/biomems/eorowan.pdf>
- [7] Orowan E.: Energy criteria of fracture. Welding Research Supplement. 1955. p.157-160.
- [8] Rossmann P.: Fracture Research in Retrospect: An Anniversary Volume in Honour of G.R.Irwin's 90th Birthday. A. A. Balkema Publishers. 1997.
- [9] Gáspár Gy.: Műszaki matematika. VI. kötet. Komplex függvénytan. Tankönyvkiadó. 1969. p.101.
- [10] <http://www4.ncsu.edu/~njrose/Special/Bios/Sheddon.html>
- [11] Sanford R.J.: Selected papers on crack tip stress fields. SEM Classic Papers, Volume CP2, SPIE Milestone Series. Volume MS 138. 1997.
- [12] Sih G.: Handbook of stress-intensity factors: stress-intensity solutions and formulas for reference. Leigh University, institute of Fracture and Solid Mechanics, 1973
- [13] Sih G.: Plates and shells with cracks: a collection of stress intensity

- factor solutions for cracks in plate and shells. Noordhoff International, 1977
- [14] *Tada H, Paris P.C. and Irwin G.R.*: The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del Research Corp., Hellertown, Pa., U.S.A. 1973.
- [15] *Rooke, D.P., Cartwright D.J.*: Compendium of Stress Intensity Factors. Her Majesty's Stationery Office, London. 1976.
- [16] Stress Intensity Factors Handbook. Edited by Y. Murakami, Pergamon Press. 1986-2001 (1-5 kötet)
- [17] *Aliabadi M.H.*: Database of Stress Intensity Factors. Computational Mechanics Publications.
- [18] *Panasjuk V.V., Szavruk M.P.*: Fracture Mechanics and Strength of Materials. Volume 2. Kiev. 1988
- [19] *Wu X. R., Carlsson A. J.*: Weight Functions and Stress Intensity Factors Solutions, Pergamon Press. Oxford. 1991
- [20] *Fett T., Munz D.*: Stress Intensity Factors and Weight Functions. International Series On Advances in Fracture. Wessex Institute of Technology. Computational Mechanics Publications, 1997.
- [21] *Sih G. C.*: Some Basic Problems in Fracture Mechanics and New Concepts. Engineering Fracture Mechanics. Vol.5. 1973. p.229-234.
- [22] *Barenblatt G. I.*: O ravnovesnykh treshhinakh, obrazujushhissja pri khрупkom razrushhenii. Obshhie predstavlenija i gipotezy. Osesimmetrichnye treshhiny. Prikladnaja Matematika i Mekhanika. 1959. Vol. 23. vyp. 3. p.434-444.
- [23] *Barenblatt G. I.*: O ravnovesnykh treshhinakh, obrazujushhissja pri khрупkom razrushhenii. Prjámolinejnye treshhiny v ploskikh plastinkakh. Prikladnaja Matematika i Mekhanika. 1959. Vol. 23. vyp. 4. p.706-721.
- [24] *Barenblatt G. I.*: The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. Prikladnaja Matematika i Tekhnicheskaja Fizika. 1961/4. p.55-129.
- [25] *Leonov M. Ja., Panasjuk V. V.*: Razvitok hajdrbnishikh trishhin v tverdomu tili. Prikladnaja Mekhanika, 1959. Vol. 5. vyp. 4. p. 391-401.
- [26] *Panasjuk V.V.*: Mekhanika kvazikhрупkogo razrushenija materialov. Kiev, Naukova Dumka. 1991.
- [27] *Dugdale D. S.*: Yielding of Steel Sheets Containing Slits. Int. Journ. of Mech. and Phys. of Solids. Vol. 8. 1960. p.100-104.
- [28] *Wells A. A.*: Critical Crack Opening Displacement as Fracture Criterion. Proc. of the Crack Propagation Symp. Cranfield. Vol. I. 1961. p.210-221.
- [29] http://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Arthur_Wells
- [30] *Rice, J.R. - Rosengren, G.F.*: Plain Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material. Journ. Mech. Phys. Solids, 1968. Vol.16. p.1-12.
- [31] *Hutchinson, J.W.*: Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material. Journ. Mech. Phys. Solids, 1968. Vol.16. p.13-31.
- [32] *Kachanov L.M.*: Osznovü mekhaniki razrushenija. Nauka, Moszkva, 1974.
- [33] *Cserepanov, G.P.*: Mehanika hrupkogo razrusenije. Nauka, Leningrad, 1974. 640p
- [34] *Rice J. R.*: A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics. 1968. p. 379-386.
- [35] *Gillemot L.*: A fémek tulajdonságainak jellemzése a fajlagos alakváltozás munkájával. MTA VI. Osztály Közleményei, 1966. p. 9-31.
- [36] *Gillemot L., Sinay G.*: A kontrakciós munka mint anyagjellemző. MTA VI. Osztály Közleményei, 1958. 4. sz. p. 344-366.
- [37] *Romvári P., Tóth L.*: A fajlagos törésmunka alkalmazása az acélok fáradásos repedés terjedésével szembeni ellenállásának becslésére. Gép, (33), 1981/8. p. 281-285.
- [38] *Romvári P., Tóth L.*: Primenenie koncepcii udel'noj raboty razrushenija dlja ocenki ciklicheskoj treshhinosztokij stalej. Problemy Procsnoszti, 1986/1. p. 11-17.
- [39] *Romvári P., Tóth L.*: A Correlation of Absorbed Specific Energy with the Exponent in Paris Equation of Fatigue Crack Growth. Absorbed Specific Energy and/or Strain Energy Density Criterion Int. Symp., Budapest, 1980. Szeptember 17-19. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1982. p. 358.
- [40] *Tóth L., Nagy Gy.*: The Connection of the Constants of Paris-Erdogan Law and its Consequences. VIII. Congress on Material Testing, Budapest, 1982/9. 28.-10. 1. OMIKK-TECHNOINFORM, Budapest, 1982. p. 372-378.
- [41] *Tóth L., Nagy Gy.*: A fajlagos törésmunka alkalmazása fáradási anyag-jellemzők becslésére. Tudományos Emlékülés Gillemot L. egyetemi tanár, akadémikus születésének 75. és halálának 10. évfordója tiszteletére. Ráckeve, 1987/11. 20-22.
- [42] *Romvári P., Tóth L., Nagy Gy.*: Anwendungsmöglichkeiten des Konzepts der spezifischen Brucharbeit zur Abschätzung bruchmechanischer Ermüdungs-kennwerte von Stählen. VIII. Symposium "Verformung und Bruch", Magdeburg, 1988/9. 6-8. Magdeburg, 1988. Teil 1. p. 142-144.
- [43] *Romvári P., Tóth L., Nagy Gy.*: Application of the ASPEF Concept for Estimation of Material Behaviour under Cyclic Loading Failure Analysis. Theory and Practice EMAS. Proceedings of the ECF 7, 1989/3. p. 649-655.
- [44] *Tóth, L.*: The Reliability of Cracked Structure Elements and the Reproducibility of NDT Methods. The Ninth International Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, Smolenice, 1987/11. 3.-12. 4., p. 77-82.
- [45] *Tóth, L.*: Notch Sensitivity-Crack Sensitivity. International Conference on Fracture, ICF 8. Kiev 1993. június 8-13. Part II. p.640.
- [46] *L. Tóth*: CPSI- The Bridge the Requirements of NDE Results and Reliability of Structural Integrity Assessment. 1st International Conference on NDE in Relation to Structural Integrity for Nuclear and Pressurized Components. Amsterdam. 20-22 October, 1998. p.656-661.
- [47] *Tóth, L.*: Reliability Assessment of Cracked Structural Elements Under Cyclic Loading. Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures. Edited by A. Carpinteri, ELSEVIER 1994. Vol. II. pp.1643-1683.
- [48] *M. Dmytrakh – A.B. Vainman – M.H. Stashchuk – L. Tóth*: Fracture Mechanics and Strength of Materials. Volume 7, National Academy of Sciences of Ukraine, Karpenko Physico-Mechanical Institute, 2005. pp. 251-407. (Chapter IV. and V.)
- [49] *L. Tóth, N. Szűcs, Sz. Szávai*: Crack Propagation Sensitivity Index Handbook. 17th European Conference on Fracture. 2-5 September, 2008. pp.2393-2400.
- [50] *N. Szűcs, L. Tóth, Sz. Szávai*: Crack Propagation Sensitivity Index Handbook. Journal of Materials Science and Technology. Vol.16., 2008. No.3. pp.192-202.
- [51] *L. Tóth, N. Szűcs, Sz. Szávai*: Handbook of Crack Propagation Sensitivity Index. Presentation on the „3rd Hungarian-Ukrainian - Bulgarian Joint Conference on SAFETY-RELIABILITY AND RISK OF ENGINEERING PLANTS AND COMPONENTS” and „XIV INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON MECHANICAL FATIGUE OF METALS” MAY 22-24, 2008. VARNA.
- [52] *L. Tóth*: CPSI, as the Harmonised Tool for Reliability Assessment of Elements having Crack-like Defects. IAEA Workshop on selected TLAAAs, Budapest, February 28 – March 2, 2006. Kiadva CD-n.
- [53] *L. Tóth – P. Trampus*: Structural Integrity Assessment of Engineering Structures – Basic Approach. “5th International Conference on NDE in Relation to Structural Integrity for Nuclear and Pressurized Components”, Paradise Point Resort & Spa, San Diego, CA, USA, 10-12th May, 2006.
- [54] <http://www.standardscatalog.com/catalog/show/ASTM-E399/history/>
- [55] <http://www.matweb.com/>
- [56] *Czoboly E.*: A törésmechanika fejlődése és jelenlegi főbb irányai. Műszaki Tudomány. 1977. 43. évf. p.391-412